

**SIMULACION NUMERICA DE FLUJO TURBULENTO ALREDEDOR DE
OBJETOS SUMERGIDOS**

LEONARD EFREN DUEÑAS GUTIERREZ

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECÁNICA
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2008**

**SIMULACION NUMERICA DE FLUJO TURBULENTO ALREDEDOR DE
OBJETOS SUMERGIDOS**

LEONARD EFREN DUEÑAS GUTIERREZ

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

**Director
SANTIAGO LAIN BEATOVE
Doctor en Física**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECÁNICA
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2008**

Nota de aceptación:

Aprobado por el Comité de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Mecánico.

Ing. MAURICIO BARRERA
Jurado

Ing. HECTOR E. JARAMILLO
Jurado

Santiago de Cali 25 de Febrero del 2008

Familiares y amigos:

Considero una bendición contar con una pagina como esta que me permite agradecer a un ser que aunque no esta de vida presente su recuerdo lo llevo en mi corazón, por que desde pequeño me inculco en lo que ahora me convierto, un Ingeniero. A todos los que le conocieron y la quisieron mucho que su recuerdo quede vivo por siempre, a todos los que le amaron no vean la vida que dejo vean lo que voy a comenzar,

Gracias Abuelita Cruz Ana Moreno de Gutiérrez.

AGRADECIMIENTOS

En el momento de realizar esta tesis quiero extender un agradecimiento especial al Doctor y profesor Santiago Laín Beatote por su gran colaboración y por ser una invaluable fuente de conocimiento y apoyo incondicional.

Quiero agradecer, como siempre, el apoyo y los ánimos constantes de mi familia, en especial a mi madre María Rocío Gutiérrez, la cual día a día me brindaba su apoyo y ánimo para seguir adelante. Mi hermana Lina Bravo que con su esfuerzo colaboro arduamente en la ortografía de esta tesis. Mi hermano Cristian Bravo por su apoyo en la traducción de algunos textos de la bibliografía. A mi novia y Doctora Viviana Tarquino Galvis por su apoyo incondicional y su excelente colaboración en las recomendaciones útiles para una buena presentación de las imágenes, gráficos, etc.

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	16
INTRODUCCION	17
1. OBJETIVOS	20
1.1 Objetivo General	20
1.1.1 Objetivos específicos	20
1.2 METODOLOGIA DE TRABAJO	20
1.3 ESTRUCTURA TESIS	21
2. DINAMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL	23
2.1 ECUACIONES FUNDAMENTALES	23
2.1.1 Ecuaciones que describen el movimiento de un fluido	23
2.1.2 Pasos para aplicar la dinámica de fluidos computacional (CFD)	34
2.1.3 Proceso de Discretización	34
2.2 MODELOS DE TURBULENCIA	37
2.2.1 Ecuaciones de los métodos RANS	38
2.3 CONCEPTOS VARIOS	49
2.3.1 Numero de Reynolds	49
2.3.2 Coeficientes de Resistencia y sustentación	50
3. FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO	51
3.1 DESCRIPCION DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO	52

3.1.1 Numero de Reynolds	53
3.2 SIMULACION DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO	53
3.2.1 Dominio computacional	54
3.2.2 Condiciones de frontera	54
3.2.3 Enmallado	54
3.2.4 Discretización	54
3.2.5 Eficiencia del computador	55
3.3 VISUALIZACION DE LAS ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL CUBO	55
3.3.1 Condición a la entrada sin perfil desarrollado y sin paredes laterales Periódicas	55
3.4 RESULTADOS DE LA SIMULACION	57
3.4.1 Perfil desarrollado a la entrada y paredes laterales periódicas con un Re 40 000	57
3.4.2 Coeficiente de resistencia y sustentación	67
3.4.3 Líneas de corriente con condición de periodicidad en las paredes Laterales y flujo desarrollado a la entrada	69
3.5 ANALISIS DE RESULTADOS	86
3.6 CONCLUSIONES	90
4. FLUJO ALREDEDOR DE UN AERODESLIZADOR (AEROBOAT)	92
4.1 NUMERO DE REYNOLDS PARA EL AERODESLIZADOR	93
4.2 SIMULACION NUMÉRICA DEL AERODESLIZADOR	93
4.2.1 Domino computacional	93
4.2.2 Condiciones de frontera	94

4.2.3 Enmallado	94
4.2.4 Discretización	94
4.2.5 Geometría del Aerodeslizador	95
4.3 RESULTADOS DE LA SIMULACION	96
4.3.1 Con capa de prismas	96
4.3.2 Sin capa de prismas	102
4.4 VISUALIZACION ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL AERODESLIZADOR (AEROBOAT)	112
4.5 CONCLUSIONES	114
5. FLUJO ALREDEDOR DE UN AUTOMOVIL	116
5.1 NUMERO DE REYNOLDS	117
5.2 SIMULACION DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN AUTOMOVIL.	117
5.2.1 Domino computacional	118
5.2.2 Condiciones de frontera	118
5.2.3 Enmallado	118
5.2.4 Discretización	119
5.2.5 Geometría Automóvil	119
5.3 RESULTADOS DE LA SIMULACION	120
5.3.1 Condición suelo fijo	120
5.3.2 Condición suelo móvil	123
5.4 VISUALIZACION ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL AUTOMOVIL	129
5.5 CONCLUSIONES	131

6. CONCLUSIONES GENERALES	132
BIBLIOGRAFÍA	133

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Comparativo entre los modelos $k - \varepsilon$ y $k - \omega$	47
Tabla 2. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 40 000, en el programa Ansys CFX V.10	67
Tabla 3. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 40 000, en el programa Fluent V.6.3	67
Tabla 4. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 3200, en el programa Ansys CFX V.10	68
Tabla 5. Coeficientes Cd y Cl para los modelos RANS-SST y RANS $k - \varepsilon$ en el programa CFX V.10	111
Tabla 6. Coeficientes Cd y Cl para los modelos RANS-SST y RANS $k - \varepsilon$ en el programa Fluent V.6.3	111
Tabla 7. Coeficiente de sustentación y resistencia con la condición de suelo móvil. Para el programa Ansys CFX V.10, con el modelo RANS-SST	127
Tabla 8. Coeficiente de sustentación y resistencia con la condición de suelo móvil. Para el programa Fluent V.6.3, con el modelo RANS-SST	127

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Flujo másico que entra y sale de un elemento fluido alrededor	24
Figura 2. Esfuerzos superficiales sobre las caras de un elemento fluido	27
Figura 3. Vectores de flujo de calor de un elemento fluido	31
Figura 4. Estructura de flujo medio alrededor de un cubo	53
Figura 5. Geometría computacional para el cubo	54
Figura 6. Líneas de corriente en tiempo promedio de la simulación del modelo RANS-SST con un Re 3200	55
Figura 7. Líneas de corriente en tiempo promedio de la simulación del modelo RANS-SST con un Re 40 000	56
Figura 8. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000	58
Figura 9. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000	59
Figura 10. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un Re 40 000	60
Figura 11. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000	61
Figura 12. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000	62
Figura 13. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un Re 40 000	63
Figura 14. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000	64

Figura 15. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000	65
Figura 16. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un Re 40 000	66
Figura 17. Coeficientes Cd y Cl para los modelos de turbulencia (SST, $k - \varepsilon$, RNG)	68
Figura 18. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000	69
Figura 19. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS $k - \varepsilon$ y un Re 40 000	71
Figura 20. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS-RNG y un Re 40 000	72
Figura 21. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000	74
Figura 22. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con el modelo RANS $k - \varepsilon$ con un Re 40 000	75
Figura 23. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con un modelo RANS-RNG con un Re 40 000	77
Figura 24. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con un modelo RANS-SST y un Re 3200, con un esquema de primer orden Upwind	78
Figura 25. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 3200, con un esquema de segundo orden Upwind	79
Figura 26. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000, con un esquema de primer orden Upwind	80
Figura 27. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind	81

Figura 28. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS $k - \varepsilon$ y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind	83
Figura 29. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-RNG y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind	84
Figura 30. Estructura de vórtice tipo arco detrás de la caja	85
Figura 31. Malla 200 000 elementos hexaédricos	86
Figura 32. Malla 400 000 elementos hexaédricos	86
Figura 33. Malla 800 000 elementos hexaédricos	86
Figura 34. Contorno de presión para un numero de Re 1 000 000	92
Figura 35. Geometría computacional	94
Figura 36. Geometría aerodeslizador	95
Figura 37. Contornos con capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS-SST	96
Figura 38. Contornos con capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS-SST	97
Figura 39. Contornos con capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS-SST	98
Figura 40. Contornos con capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	99
Figura 41. Contornos con capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	100
Figura 42. Contornos con capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	101
Figura 43. Contornos sin capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS-SST	102

Figura 44. Contornos sin capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS-SST	103
Figura 45. Contornos sin capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS-SST	104
Figura 46. Contornos sin capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	105
Figura 47. Contornos sin capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	106
Figura 48. Contornos sin capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$	107
Figura 49. Vectores de velocidad	108
Figura 50. Líneas de corriente sobre el aerodeslizador	108
Figura 51. Placa laterales (Side Fins) en un alerón de un monopla de carreras	109
Figura 52. Malla no estructurada de elementos tetraédricos	110
Figura 53. Coeficientes Cd y Cl para los modelos de turbulencia SST y $k - \varepsilon$	112
Figura 54. Contorno de presión para un numero de Re 3 000 000	117
Figura 55. Dominio computacional	118
Figura 56. Geometría Automóvil	119
Figura 57. Contornos con un número de Re 1 000 000	120
Figura 58. Contornos con un número de Re 2 000 000	121
Figura 59. Contornos con un número de Re 3 000 000	122
Figura 60. Contornos con un número de Re 1 000 000	123
Figura 61. Contornos con un número de Re 2 000 000	124

Figura 62. Contornos con un número de Re 3 000 000	125
Figura 63. Líneas de corriente sobre el automóvil	126
Figura 64. Vectores de velocidad	127
Figura 65. Coeficiente C_d y C_l para el modelo de turbulencia SST	128
Figura 66. Malla no estructurada de elementos tetraédricos	128

RESUMEN

Todos los objetos se encuentran a diario en contacto con un fluido y más aun si se encuentran en movimiento. En la naturaleza es muy difícil encontrar flujos de tipo laminar, lo cual seria lo ideal, pero la mayoría de veces estos flujos son de tipo turbulento. Este flujo de tipo turbulento debido a su complejidad ha hecho que se haya optado por tener una ayuda computacional como los paquetes CFD (Dinámica de fluidos computacional) los cuales ayudan a simular y describir la forma como este interactúa con objetos sólidos.

Esta tesis se centra en la simulación del flujo turbulento alrededor de objetos romos, como un cubo y aerodinámicos como un aerodeslizador (Aeroboat) y un automóvil. Estas simulaciones se realizarán en estado estacionario y para ello se utilizarán distintos modelos de turbulencia. Las simulaciones se realizarán en dos paquetes comerciales de CFD, Ansys CFX y Fluent. Con la ayuda de estos paquetes CFD se visualizarán las estructuras turbulentas alrededor de estos objetos y algunos parámetros del flujo como contornos de velocidad, de presión y fuerzas que actúan sobre estos debido a la interacción con el flujo.

Para las simulaciones se utilizarán distintos modelos de turbulencia con distintos números de Reynolds con el fin de analizar y realizar las debidas discusiones de los distintos aspectos que se enfrenta un objeto sea un cuerpo romo o un cuerpo aerodinámico cuando está sumergido en un flujo turbulento a distintas condiciones. Además se realizará la discusión de los modelos de turbulencia utilizados y cual es más exacto en una determinada aplicación.

INTRODUCCION

El tema central de esta tesis es la simulación numérica de flujo turbulento alrededor de objetos, usando CFD (Dinámica de Fluidos Computacional o Computational Fluid Dynamics por sus siglas en inglés), metodología que al ser aplicada a objetos romos situados en las cercanías del suelo ha sido denominada recientemente como CWE (energía eólica computacional o Computational Wind Engineering por sus siglas en inglés) para distinguirla de la aerodinámica computacional clásica que trata con objetos perfilados de buen rendimiento aerodinámico.

Los cuerpos romos (bluff bodies en inglés) no aerodinámicos son estructuras que distorsionan el flujo que pasa alrededor de ellos, a diferencia de los cuerpos aerodinámicos. Entre los ejemplos de cuerpos no aerodinámicos se incluyen cilindros, cubos, esferas, y en los ejemplos de cuerpos aerodinámicos o perfilados se encuentran las geometrías de automóviles, aviones, etc, Ejemplos de cuerpos no aerodinámicos y de cuerpos perfilados se abordan en esta tesis.

Sin embargo, la abrumadora mayoría de los flujos de fluidos de índole práctica son turbulentos los cuales incluyen una multitud de estructuras de flujo que interaccionan entre sí y presentan, entre otras, zonas de recirculación y puntos de estancamiento que se transportan con él. Tradicionalmente, debido a la complejidad de esta materia, casi toda la investigación y el diseño llevado a cabo en el campo de la aerodinámica y CWE se basa en el uso de prototipos y de túneles de viento. Esto ha implicado el uso de instalaciones muy costosas, en dinero y en tiempo, tanto para obtener como para procesar los datos medidos. Desde los años 70 y 80 la técnica de la CFD ha experimentado un gran desarrollo debido a la rápida evolución de las capacidades de cómputo, lo cual ha permitido abordar la solución de problemas otrora impensables.

Dichos problemas que implican el flujo de fluidos se describen matemáticamente mediante un sistema de ecuaciones no lineales en derivadas parciales fuertemente acoplado (las ecuaciones de Navier-Stokes) las cuales se resuelven bajo las condiciones iniciales y de frontera específicas del problema particular.

Teóricamente, es numéricamente posible resolver todos los detalles de un flujo de fluidos incluyendo las rápidas variaciones espaciales y temporales de la turbulencia utilizando la técnica CFD conocida como DNS (Simulación Numérica Directa o Direct Numerical Simulation por sus siglas en inglés).

Esta técnica implica la discretización de las ecuaciones diferenciales utilizando un cierto esquema (por ejemplo, el de los volúmenes finitos) en una malla con una alta resolución de las escalas de longitud y tiempo características del flujo.

Desafortunadamente, la DNS de los flujos turbulentos prácticos utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma más simple se encuentra mucho más allá de las capacidades actuales de los computadores de hoy en día. Ello se debe al hecho de que el tiempo de proceso necesario depende del grado de resolución de las estructuras turbulentas, o vórtices, de menor escala. Los vórtices más pequeños de un flujo turbulento, que constituyen la llamada microescala de Kolmogorov, pueden ser muy pequeños por ejemplo entre 0.1 y 1 mm en el viento natural. Por consiguiente, la discretización numérica de un campo de flujo aerodinámico con una geometría complicada a números de Reynolds altos está hoy por hoy fuera de alcance.

La única alternativa económica viable para abordar este tipo de flujos es el uso de ecuaciones estadísticamente promediadas para describir el flujo medio. Por consiguiente se requieren modelos de turbulencia para cerrar las ecuaciones promedio y representar el efecto de los esfuerzos turbulentos sobre el flujo medio. Desafortunadamente, los modelos matemáticos usados en CFD funcionan tan bien como las asunciones físicas y el conocimiento incorporado en ellos, siendo las hipótesis relacionadas con el modelado de la turbulencia las más críticas. Actualmente, los modelos más populares y más ampliamente utilizados usan ecuaciones para representar unas escalas de longitud y velocidad únicas y están basados en el promediado de Reynolds (el cual es un promedio temporal de las ecuaciones), RANS y el concepto de *eddy viscosity* (o viscosidad turbulenta).

Aunque estos modelos han tenido razonable éxito en algunas áreas, el flujo alrededor de geometrías complejas presenta mayores problemas debido a la presencia de zonas de recirculación múltiples inmersas en un flujo unidireccional; la adición de la curvatura de las líneas de corriente y gradientes de presión adversos conlleva la aparición en el flujo de muy diferentes estructuras y escalas turbulentas. Por consiguiente, dichos modelos de turbulencia presentan grandes dificultades en la predicción de campos de flujo alrededor de *bluff bodies*, los cuales son esencialmente transitorios y altamente anisótropos.

El objeto de este trabajo, en vista de los comentarios anteriores, es evaluar y analizar el comportamiento de diferentes modelos de turbulencia en la descripción del flujo alrededor de objetos inmersos utilizando dos códigos CFD comerciales disponibles: ANSYS – CFX y Fluent.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar el comportamiento del flujo alrededor de diferentes objetos; cubo, aerodeslizador, y automóvil inmersos en un flujo turbulento, y comparar con resultados de la literatura.

1.1.1 Objetivos específicos.

- ✓ Analizar los perfiles de velocidad sobre los obstáculos con otros perfiles experimentales de artículos publicados.
- ✓ Comparar el comportamiento del flujo turbulento utilizando diferentes modelos de turbulencia.
- ✓ Comparar los resultados de las estructuras turbulentas resueltos por el programa ANSYS CFX con las obtenidas por FLUENT.

1.2 METODOLOGIA DEL TRABAJO

Para el alcance de los objetivos mencionados con anterioridad, este trabajo de tesis se debe dividir en varias etapas. Inicialmente se simulará el comportamiento del flujo alrededor del cubo con dos números de Reynolds y con distintas mallas; la primera es de 200.000 elementos hexaédricos figura 31, la segunda es de 400.000 elementos figura 32 y la última es de 800.000 elementos figura 33. Se utilizarán para estas simulaciones los métodos en estado estacionario con distintos modelos de turbulencia. Esto se realizara con el fin de comparar los cálculos y el nivel de exactitud de las distintas clases de mallas frente a datos experimentales. Los modelos de turbulencia empleado en esta primera etapa son RANS-SST, RANS $k - \varepsilon$ y RANS-RNG.

En la segunda etapa de este trabajo se realizan las simulaciones del comportamiento del flujo alrededor de una geometría perfilada como lo es un aerodeslizador (aeroboat) con distintos números de Reynolds (Re 100.000, Re 500.000, Re 1.000.000). El comportamiento aerodinámico se analizará a través de las graficas de coeficiente de sustentación y coeficiente de resistencia frente a número de Reynolds (Re). Las simulaciones se realizarán en estado estacionario y se utilizarán los modelos de turbulencia RANS-SST y RANS $k-\varepsilon$. Las simulaciones se realizarán en ANSYS CFX y FLUENT para establecer las diferencias entre los modelos de turbulencia utilizados por cada CFD.

La tercera etapa considera las simulaciones del flujo alrededor de un automóvil a distintos números de Reynolds (Re 1.000.000, 2.000.000, 3.000.000). En esta etapa también se utilizarán métodos en estado estacionario, y evaluará el comportamiento aerodinámico del automóvil a través de las graficas de coeficiente de sustentación y coeficiente de resistencia en función del número de Reynolds. Para las simulaciones se utilizará el modelo de turbulencia RANS-SST en ANSYS CFX y FLUENT con el objeto de analizar las diferencias entre ambos códigos CFD.

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

En el capítulo 1 se ha hecho una introducción al lector al tema central del trabajo así como se plantea el objetivo general, los objetivos específicos y la metodología a utilizar en el trabajo.

En el capítulo 2 se realiza la discusión de los principios de CFD (dinámica de fluidos computacional) y el tratamiento numérico del flujo turbulento. Se introducen las ecuaciones básicas de Navier-Stokes que describen el movimiento de un fluido, además se explica el procedimiento utilizado por la CFD para la discretización de estas ecuaciones y como se resuelven numéricamente. Existen tres formas básicas de discretizar las ecuaciones que describen el movimiento de un fluido; el método de las diferencias finitas (FDM), el método de los elementos finitos (FEM), y por último el método de los Volúmenes Finitos (FVM). En esta tesis trabajaremos con el último de ellos.

Existen diferentes modelos de turbulencia para resolver un problema de flujo turbulento, como la ya mencionada DNS, Large Eddy Simulation (Simulaciones de grandes escalas), modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) (Promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes), DES (Detached Eddy Simulation) (Simulación de vórtices desprendidos). Todos estos métodos son esencialmente no estacionarios, excepto el RANS. Como en este trabajo de tesis

se buscan soluciones estacionarias se trabajarán y, por tanto, se explicarán los modelos RANS.

El capítulo 3 contiene dos etapas, en la primera se realizarán las simulaciones de la caja con las condiciones de las paredes laterales sin deslizamiento y a la entrada una condición de perfil de flujo uniforme y se visualizarán las estructuras del flujo sobre la caja. Se compararan las estructuras de estas simulaciones con las experimentales que se encuentran en la literatura. La segunda parte expone las simulaciones de la caja con condiciones de paredes laterales periódicas y una condición a la entrada de perfil de flujo desarrollado. Las estructuras obtenidas anteriormente en la simulación de paredes no periódicas se compararan con las obtenidas en esta parte y con las de la literatura. Además se graficarán los perfiles de velocidad de cada tipo de malla (800.000 elementos, 400.000 elementos, 200.000 elementos) y se compararán con los de la literatura.

En el capítulo 4 se realiza la discusión del comportamiento aerodinámico del aerodeslizador (aeroboat). Las simulaciones aerodinámicas del aerodeslizador se realizarán con varios modelos de turbulencia y los softwares CFX y Fluent para comparar el desempeño de ambos programas en el tratamiento de este problema. Se utilizarán números de Re iguales a 100 000, 500 000 y 1 000 000. Los resultados de los contornos de presión y velocidad se exponen para ser comparados cualitativa y cuantitativamente entre ambos programas.

En el capítulo 5 se discute la simulación del Automóvil. Se utilizara un método en estado estacionario y se analizará el comportamiento del flujo alrededor de él. Para las simulaciones se utilizaran números de Reynolds de 1 000 000, 2 000 000 y 3 000 000, con el objetivo de analizar el comportamiento del automóvil en distintas condiciones. Se examinan tanto las condiciones de considerar suelo fijo como suelo móvil y su influencia en las gráficas de coeficiente de resistencia y sustentación frente a número de Reynolds.

En el Capítulo 6 se presentarán las conclusiones generales del trabajo para las simulaciones realizadas con el cubo, el aerodeslizador y el automóvil.

2. DINAMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

Este capítulo consta de dos partes, en la primera sección se exponen las ecuaciones matemáticas que describen el movimiento de un fluido y los métodos para solucionarlas. En esa sección también se describen los roles de la CFD en el estudio de los fluidos en movimiento. En la segunda sección se discuten los modelos de turbulencia que se han utilizado para el estudio del movimiento de un fluido alrededor de objetos sumergidos.

2.1 ECUACIONES FUNDAMENTALES

2.1.1 Ecuaciones que describen el movimiento de un fluido. El ingeniero francés Claude Navier y el matemático inglés George Stokes escribieron las ecuaciones básicas que describen el movimiento de un fluido, a las cuales se les conoce como "ecuaciones de Navier-Stokes". Estas ecuaciones expresan en el lenguaje del medio continuo las tres leyes de conservación básicas de la física: ecuación de continuidad o conservación de la masa, ecuación de conservación del momentum y la ecuación de conservación de la energía.

La ecuación de continuidad se basa en la ley de conservación de la masa. Aplicado al concepto de movimiento de un fluido, la tasa de variación de la masa en un volumen de control es equivalente a la diferencia de la masa que entra y sale a través de sus fronteras.

La ecuación de conservación del momentum se deriva de la aplicación del concepto de la segunda ley de Newton a un fluido en movimiento. La ecuación del momentum se expresa en términos de la presión y los esfuerzos debido a la viscosidad actuando sobre una partícula fluida. La tasa de variación del momentum en una partícula fluida es la diferencia de las fuerzas totales debido a los esfuerzos de la superficie y las fuerzas volumétricas que actúan sobre ella.

La ecuación de conservación de la energía se basa en la primera ley de la termodinámica, es decir, el cambio de energía de una partícula fluida es la diferencia entre el trabajo realizado sobre la partícula y el calor suministrado. La ecuación de la energía describe el transporte de la energía a través de un fluido y sus efectos.

➤ **Ecuaciones de Navier-Stokes.** Combinando estos principios fundamentales, el movimiento de un fluido se describe mediante un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones son una representación matemática de las leyes de conservación de la física. Resolviendo estas ecuaciones, los campos de presión y velocidad pueden ser predichos para el fluido. Las ecuaciones de Navier-Stokes son básicamente tres; la ecuación de continuidad, la ecuación de conservación del momentum y la ecuación de conservación de la energía.

✓ **Ecuación de Continuidad.** El primer paso para la derivación de la ecuación de conservación de la masa es escribir el balance másico para un volumen fluido.

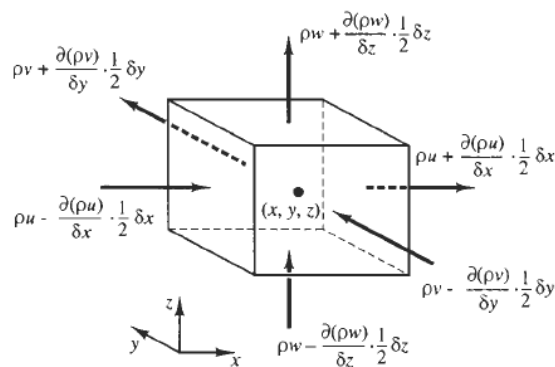
Tasa de variación de masa en un elemento fluido	=	Tasa neta del flujo másico en el elemento fluido
---	---	--

La tasa de variación de masa en el volumen fluido es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (2.1)$$

El siguiente paso es analizar el cambio del flujo másico que cruza la cara del elemento fluido que viene dada por el producto de la densidad, el área y la velocidad normal a la cara. En la siguiente figura se puede analizar que el cambio neto del flujo másico que pasa a través de las fronteras del elemento fluido se escribe de la siguiente forma:

Figura 1. Flujo másico que entra y sale de un elemento fluido



$$\begin{aligned}
& \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\
& + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\
& + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y
\end{aligned} \tag{2.2}$$

La tasa de variación de la masa que se encuentra dentro del elemento se iguala a la tasa neta del flujo másico que cruza las fronteras del mismo. Acomodando todos los términos del resultado del balance másico a la izquierda de la ecuación nos queda

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \tag{2.3}$$

Asumiendo que el fluido es incompresible, la densidad ρ es constante y la ecuación se convierte en la siguiente:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.4}$$

la cual también se puede escribir de forma reducida en notación vectorial:

$$div(u) = 0 \tag{2.5}$$

✓ **Ecuación de Conservación del momentum.** La segunda ley de Newton establece que el cambio del momentum en un volumen fluido es igual a la suma de las fuerzas sobre dicho volumen

Tasa de variación del momentum de una partícula fluida	=	Suma de las fuerzas sobre una partícula fluida
--	---	--

La tasa de variación del momentum en cada dirección por unidad de volumen de un volumen fluido viene dado de la siguiente forma en cada dirección coordenada:

$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad \rho \frac{Dv}{Dt} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (2.6)$$

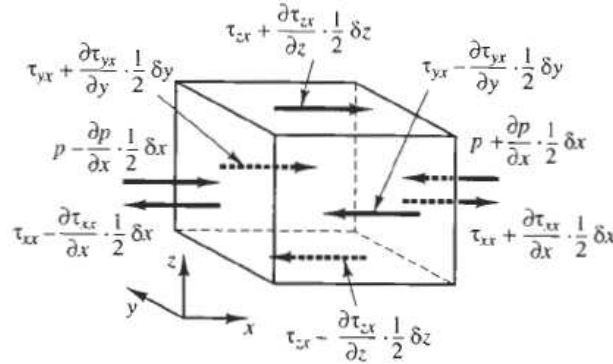
Sobre un volumen fluido se distinguen dos tipos de fuerzas:

- Fuerzas de superficie:
 - Fuerza de presión
 - Fuerzas viscosas
- Fuerzas volumétricas:
 - Fuerza gravitatoria
 - Fuerza Centrifuga
 - Fuerza de Coriolis
 - Fuerza electromagnética
 - etc

Es muy común colocar la contribución de las fuerzas superficiales en términos separados en la ecuación de momentum e incluir también los efectos de las fuerzas volumétricas como términos fuentes.

El estado de esfuerzos sobre un volumen fluido esta definido en términos de la presión y las nueve componentes del tensor de esfuerzos, mostrados en la figura 2. La presión que es un esfuerzo normal, se denota como p . Los esfuerzos se denotan como τ . La notación en subíndices τ_{ij} sirve para denotar la dirección del esfuerzo. El sufijo i y el j en τ_{ij} indican que la componente del esfuerzo actúa en la dirección- j en una superficie normal en la dirección- i .

Figura 2. Esfuerzos superficiales sobre las caras de un elemento fluido



Primero se considera la componente x de las fuerzas debido a la presión p y los esfuerzos τ_{xx} , τ_{yx} y τ_{zx} . La magnitud de la fuerza resultante de un esfuerzo de superficie es el producto del esfuerzo y del área. Las fuerzas que actúan en sentido positivo del de un eje coordenado tienen signo positivo y si la fuerza va en sentido opuesto adquiere signo negativo. La fuerza neta en la dirección x es la suma de las componentes que actúan en esa dirección sobre el volumen fluido.

La fuerza neta en las caras Este y Oeste en dirección x (E y W), esta dada por:

$$\left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.7)$$

La fuerza neta sobre el eje x en las caras Norte y Sur (N y S) esta dada por:

$$- \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.8)$$

y finalmente la fuerza neta en dirección x en las caras superior e inferior (T y B), esta dada por:

$$-\left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z\right) \delta x \delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z\right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.9)$$

La fuerza total por unidad de volumen sobre el fluido debido a estos esfuerzos de superficie es igual a la suma de (2.7), (2.8), (2.9) y dividida por el volumen $\delta x \delta y \delta z$

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.10)$$

Pero a esta ecuación se le deben incluir los efectos de las fuerzas volumétricas como termino fuente S_{Mx} de la componente x del momentum por unidad de volumen. La componente x de la ecuación del momentum es el cambio del momentum en el volumen fluido igualado a las fuerzas totales en la dirección x debido a los esfuerzos de superficie más la tasa de variación del momentum en la componente x debido a las fuentes:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (2.11)$$

De la misma forma se verifica que la componente y de la ecuación del momentum esta dada por:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (2.12)$$

De la misma forma se verifica que la componente z de la ecuación del momentum esta dada por:

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (2.13)$$

✓ **Ecuación de conservación de la energía.** La ecuación de la energía se deriva de la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la tasa de variación de la energía en un volumen fluido es igual a la tasa de la adición de calor sobre dicho volumen más la tasa de trabajo realizado sobre él.

Tasa de variación de la energía en una Partícula fluida	=	Tasa neta del calor adicionado a una partícula fluida	+	Tasa neta de trabajo realizado sobre una partícula fluida
---	---	---	---	---

La tasa de incremento de la energía de una partícula por unidad de volumen esta dada por:

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (2.14)$$

• **Trabajo Realizado por las fuerzas superficiales.** La tasa de trabajo neto realizado sobre el volumen fluido por una fuerza de superficie es igual al producto de la fuerza y la componente de la velocidad en la dirección de la fuerza. Las fuerzas dadas por las ecuaciones (2.7, 2.8, 2.9) que actúa en la dirección x .

El trabajo realizado por estas fuerzas esta dado por

$$\begin{aligned} & \left[\left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx}u - \frac{\partial \tau_{xx}u}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right. \\ & \left. - \left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx}u + \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & + \left[- \left(\tau_{yx}u - \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left(\tau_{yx}u + \frac{\partial \tau_{yx}u}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & + \left[- \left(\tau_{zx}u - \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left(\tau_{zx}u + \frac{\partial \tau_{zx}u}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned} \quad (2.15)$$

La tasa de trabajo neto realizado por estas fuerzas superficiales actuando en la dirección x esta dado por:

$$\left[\frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.16)$$

Las componentes de los esfuerzos de superficie en la dirección y y z también realizan trabajo sobre la partícula y se puede comprobar que siguiendo el proceso anterior se llega a las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$\left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.17)$$

y

$$\left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.18)$$

La tasa total de trabajo realizado por unidad de volumen sobre la partícula fluida por todas las fuerzas superficiales esta dada por la suma de (2.16), (2.17), (2.18) dividido por el volumen $\delta x \delta y \delta z$. Los términos que contienen la presión se pueden agrupar y escribirse en forma vectorial:

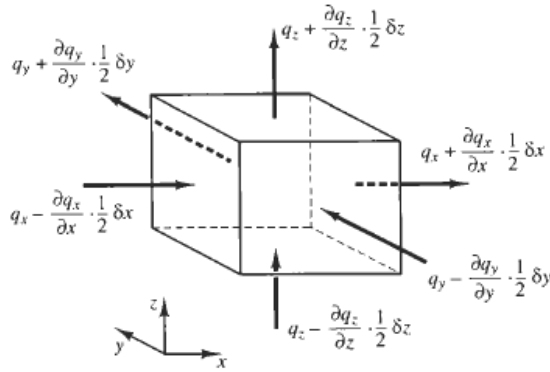
$$-\frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = \text{div}(pu) \quad (2.19)$$

Esto conlleva la tasa total de trajo realizado sobre la partícula fluida por los esfuerzos superficiales:

$$[-div(\rho u)] + \left[\begin{aligned} &\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ &+ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{aligned} \right] \quad (2.20)$$

- **Flujo de energía debido a la conducción de calor.** El vector de flujo de calor tiene tres componentes q_x , q_y y q_z :

Figura 3. Vectores de flujo de calor de un elemento fluido



La tasa de transferencia neta de calor hacia un volumen fluido debido al flujo de calor en la dirección x esta dada por la diferencia entre la tasa de calor impuesta sobre la cara Oeste (W) y la tasa de calor perdida en la cara Este (E):

$$\left[\left(q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = - \frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.21)$$

De manera similar la tasa neta de transferencia de calor hacia el fluido debido al flujo de calor en la dirección y y z

$$- \frac{\partial q_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad y \quad - \frac{\partial q_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.22 \text{ a-b})$$

La tasa total de calor adicionado al volumen fluido por unidad de volumen debido al flujo de calor a través de las fronteras es la suma de las ecuaciones (2.21), (2.22 a-b) divididas por el volumen $\delta x \delta y \delta z$:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\text{div}q \quad (2.23)$$

La ley de Fourier de la conducción de calor relaciona el flujo de calor con el gradiente local de temperatura de la siguiente forma:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

lo cual también se puede escribir en forma vectorial:

$$q = -k \text{grad}T \quad (2.24)$$

Combinando las ecuaciones (2.23) y (2.24) se puede escribir la forma final de la tasa de adición de calor sobre una partícula fluida debido a la conducción de calor:

$$-\text{div}q = \text{div}(k \text{grad}T) \quad (2.25)$$

Se ha denotado la energía específica en un fluido como E . La energía de un fluido esta definida como la suma de la energía (térmica) interna i , energía cinética $\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$, y energía potencial gravitacional. Para la energía también se debe definir un término fuente S_E por unidad de volumen por unidad de tiempo. La ecuación de conservación de la energía en un volumen fluido establece la igualdad entre la tasa del cambio de la energía en el volumen y la suma del trabajo neto realizado sobre el volumen, la tasa neta de de adición de calor y la tasa de variación de energía debido a las fuentes. La ecuación de la energía se escribe entonces de la siguiente forma:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(pu) + \left[\begin{aligned} & \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \\ & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ & + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{aligned} \right] + \text{div}(k\text{grad}T) + S_E \quad (2.26)$$

Es común extraer el cambio de la energía cinética mecánica para obtener una ecuación para la energía interna i ó para la temperatura T . La parte de la ecuación de la energía que se atribuye a la energía cinética puede encontrarse multiplicando la componente x de la ecuación de momentum (2.11) por la componente u de la velocidad, la ecuación del momentum en y (2.12) por v y la ecuación de momentum en z (2.13) por w , luego se suman y se acoplan para obtener la ecuación mostrada a continuación:

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\right]}{Dt} = & -u.\text{grad}p + u\left(\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right) \\ & + v\left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right) + w\left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}\right) + u.S_M \end{aligned} \quad (2.27)$$

Sustrayendo la ecuación (2.26) de la ecuación (2.27) y definiendo un nuevo termino fuente como $S_i = S_E - u.S_M$ se llega a al ecuación de la energía interna

$$\begin{aligned} \rho \frac{Di}{Dt} = & -p\text{div}u + \text{div}(k\text{grad}T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} \\ & + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \\ & + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (2.28)$$

Para un fluido incompresible se tiene que $i = cT$ donde c es el calor específico a volumen constante y $\text{div } u = 0$, esto convierte la ecuación anterior en una ecuación para la temperatura en la siguiente forma

$$\begin{aligned} \rho c \frac{DT}{Dt} = \text{div}(k \text{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \\ + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.1.2 Pasos para aplicar la dinámica de fluidos computacional (CFD). La CFD resuelve numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido en movimiento con la ayuda de computadores. Todos los códigos CFD constan de tres partes: preprocesador, solver y postprocesador.

✓ **Preproceso:** En esta parte es donde se especifica el problema que se desea resolver. La región fluida a analizar se llama dominio computacional el cual se discretiza en un número finito de elementos llamado la malla. El usuario debe definir las propiedades del fluido considerado antes que el análisis comience, además de las condiciones iniciales y de frontera, como presiones y velocidades.

✓ **Solver:** Este módulo se encarga de calcular la solución del problema. En este paso es donde se resuelve la versión discreta de las ecuaciones básicas. Dado que habitualmente se usan aproximaciones iterativas, la convergencia es un concepto de suma importancia para garantizar una solución con suficiente exactitud.

✓ **Postproceso:** En esta parte se visualizan cuantitativa y cualitativamente los resultados obtenidos por el solver. En este módulo se puede representar los vectores o contornos de velocidad para analizar la tendencia del flujo, presión, energía cinética y otras propiedades del fluido.

2.1.3 Proceso de Discretización. Cuando se resuelven numéricamente problemas físicos, las diferentes componentes del dominio computacional deben ser representadas en una forma que el computador los entienda. Esto se logra ordenando el espacio nodal regular e irregular alrededor del dominio computacional en la llamada malla computacional. Básicamente lo que hace la malla es dividir en un número finito de elementos el dominio computacional; así los

cálculos pueden ser llevados a cabo en intervalos temporales definidos y la solución numérica arroja valores en los puntos discretos en el dominio en un tiempo específico. El proceso de convertir un problema de movimiento de un fluido en un problema numérico discreto apto para ser resuelto en un computador se conoce como discretización. En general existen 3 partes de la discretización de un problema de fluidos:

- Discretización de las ecuaciones
- Discretización espacial
- Discretización temporal

✓ **Discretización de las ecuaciones.** Como se menciona en la sección 2.1.1, las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un fluido consisten en una serie de ecuaciones en derivadas parciales. La discretización de las ecuaciones es la analogía numérica de las ecuaciones básicas de un fluido, las cuales sí se pueden resolver en el computador. En la CFD la discretización de las ecuaciones se aborda básicamente mediante el método de las diferencias finitas (FDM), el método de los elementos finitos (FEM) o el método de los volúmenes finitos (FVM).

EL FDM utiliza el concepto de desarrollo en serie de Taylor para resolver las ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden (PDE) que son las ecuaciones básicas que gobiernan el movimiento de un fluido. Este método escribe las derivadas que aparecen en las PDE's de forma discreta resultando un sistema de ecuaciones algebraicas con incógnitas los valores de las variables en los nodos de los elementos de la malla. El FDM es famoso por su simplicidad y la facilidad para obtener discretizaciones de mayores ordenes de exactitud. El FDM solo aplica a geometrías simples por que emplea mallas estructuradas.

En el FEM se utilizan mallas no estructuradas. El dominio computacional es subdividido en un número finito de elementos, con lo cual cada elemento tiene un número de nodos donde se calculan los valores de las variables desconocidas. En el FEM la discretización se basa en la formulación integral obtenida usando el método de los pesos de los residuos, el cual aproxima la solución de un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales usando funciones de interpolación. El FEM es famoso por su aplicación sobre geometrías complejas ya que utiliza mallas no estructuradas. Sin embargo, numéricamente este método requiere más capacidad de memoria comparada con los otros dos métodos.

En el FVM, el dominio computacional es subdividido en un número finito de volúmenes conocidos como volúmenes de control. Las ecuaciones que describen el movimiento de un fluido se integran en cada volumen de control y se resuelven

iterativamente. El proceso de discretización resulta en un conjunto de ecuaciones algebraicas con incógnitas las variables en los centros geométricos de los volúmenes de control. A través de la integración en cada volumen de control, el flujo alrededor del dominio puede ser modelado completamente. El FVM puede usar ambos tipos de mallas, tanto estructuradas como no estructuradas. Dado que este método incluye la integración directa, es más eficiente y fácil de programar. Además el FVM es mucho más común en las aplicaciones recientes de CFD que el FDM y el FEM.

✓ **Discretización espacial.** La discretización espacial subdivide el dominio computacional creando lo que se conoce como malla. El movimiento de un fluido se describe matemáticamente especificando su velocidad en todos los puntos espaciales y temporales. Todas las mallas en CFD comprenden nodos donde los parámetros del flujo se resuelven. Existen tres clases de mallas comúnmente usadas, la estructurada, no estructurada y estructurada en multibloques.

Una malla estructurada es construida en un sistema coordenado, lo cual es común en cuerpos con geometría sencilla como en cuadrados o secciones rectangulares. Este método habilita el acceso rápido y fácil a los puntos vecinos solamente con sumar o sustraer un valor entero. Para obtener mayor flexibilidad, la malla puede ser generada siguiendo las fronteras del dominio computacional usando condiciones ajustadas al cuerpo. La ventaja de utilizar condiciones ajustadas al cuerpo es que el flujo cercano a las fronteras (capa limite) puede ser simulado con mayor exactitud que si se tuviera una malla no estructurada. La desventaja radica en la dificultad de ajustar la malla a geometrías complejas que implica un aumento sustancial del número de nodos.

En una malla no estructurada los nodos pueden ser colocados dependiendo de la geometría del objeto, y debido a esto la simulación de geometrías complejas es posible. Siempre que los nodos no tengan una ordenación particular los nodos vecinos no pueden ser identificados directamente. Una herramienta numérica debe añadirse para describir como están conectados estos nodos al volumen de control. Una malla no estructurada trabaja muy bien con geometrías complejas pero requiere más elementos cuando se quiere refinar comparado con una malla estructurada para la misma geometría, acompañado de un mayor costo en el tiempo de cálculo por parte del computador. Para compensar la flexibilidad y tiempo de cálculo nos encontramos con las mallas estructuradas en multi-bloques.

✓ **Discretización temporal.** En general la discretización temporal divide el tiempo continuo en pasos temporales discretos. En las formulaciones dependencia del tiempo se tiene otra variable temporal t adicional comparada con el análisis en estado estacionario. Esto genera la aparición de derivadas parciales respecto del

tiempo en el conjunto de ecuaciones en derivadas parciales, lo cual hace que las variables desconocidas se expresen en función de las mismas variables en el paso temporal anterior. Por esta razón los cálculos de problemas en estado no estacionario requieren mucho más tiempo que en estado estacionario.

Los esquemas de discretización temporal se pueden clasificar en explícitos e implícitos. En el método explícito, se toman diferencias hacia delante en el tiempo t^{n+1} utilizando el valor del paso temporal anterior (n denota el estado en el tiempo t y $n+1$ en el tiempo $t + \Delta t$). El método explícito es estrictamente hacia delante, pero existe una cota superior para garantizar la estabilidad y la convergencia computacional. Por otro lado se encuentra el método implícito, el cual calcula los valores en el paso temporal t^{n+1} , en el mismo nivel de la simulación en diferentes nodos y basado en el método de diferencias hacia atrás. Este proceso resulta en un sistema de ecuaciones lineales donde las variables desconocidas del paso temporal t^{n+1} deben resolverse simultáneamente. La principal ventaja de los esquemas implícitos comparados con los explícitos es que se pueden tener pasos temporales mucho mayores conservando la estabilidad del proceso de integración. Para pasos temporales pequeños Δt en el método implícito se requiere mucho más tiempo en los cálculos, pero se tiene un nivel de exactitud mayor.

2.2 MODELOS DE TURBULENCIA

Como se conoce desde O. Reynolds un fluido en movimiento puede ser laminar o turbulento dependiendo del número adimensional que lleva su nombre o número de Reynolds. En la naturaleza la mayoría de los fluidos en movimiento son turbulentos. Las variables en un flujo turbulento experimentan tanto variaciones temporales como espaciales muy rápidas. El flujo turbulento se caracteriza por su irregularidad, tridimensionalidad y naturaleza disipativa.

El flujo turbulento contiene zonas con vórtices de diferentes tamaños. Los vórtices de grandes escalas son los responsables de transportar la energía y transferir momentum en un fluido. Por otro lado en los vórtices de menores escalas es donde ocurre la disipación de la energía. Los vórtices de grandes escalas extraen energía del flujo y la transfieren a los vórtices de menores escalas, donde la energía es disipada en forma de calor debido a la viscosidad.

La turbulencia y sus efectos en el flujo de fluidos son un problema primordial para la gran mayoría de las aplicaciones de ingeniería.

Los modelos matemáticos utilizados para describir la turbulencia, o simplemente modelos de turbulencia, utilizan relaciones adicionales para expresar ciertas cantidades que aparecen en las ecuaciones de Navier Stokes promediadas temporalmente. En particular se necesitan expresiones para el término conocido como esfuerzos de Reynolds en las ecuaciones de conservación del momentum.

Para que un modelo de turbulencia sea útil para cierta aplicación de CFD debe ser preciso, sencillo y económico para poderlo ejecutar. Los modelos comunes de turbulencia se clasifican en:

- **Modelos Clásicos.** Basados en el promedio temporal (o de Reynolds) de las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS):

- Modelo de longitud de mezcla
- Modelo $k - \varepsilon$
- Modelo de los Esfuerzos de Reynolds
- Modelo algebraico de los esfuerzos.

- **Simulación de Grandes escalas (Large eddy simulation).** Basado en las ecuaciones filtradas en el espacio.

Los modelos clásicos utilizan las ecuaciones de Reynolds las cuales son la base para los cálculos de la turbulencia de los paquetes CFD comerciales.

El modelo Large Eddy Simulation es un modelo de turbulencia donde las ecuaciones de flujo que dependen del tiempo tratan de resolver el comportamiento de las grandes escalas modelando los efectos de las pequeñas escalas sobre ellas.

2.2.1. Ecuaciones de los métodos RANS. La aproximación tipo RANS es conocida en inglés como Reynolds averaged Navier-Stokes, lo cual traduce, ecuaciones de Navier-Stokes promediadas temporalmente.

Las variables del flujo instantáneas, en particular la velocidad, se separan en dos componentes: promedio y fluctuante

$$U = \overline{U} + u' \quad (2.30)$$

La componente de velocidad promedio se define como:

$$\overline{U} = \frac{1}{T} \int_0^T U dt \quad (2.31)$$

donde T es el tiempo promediado de la simulación, usualmente grande comparado con la escala de tiempo de fluctuación turbulenta. La componente fluctuante se suele denotar por u' .

Sustituyendo (2.30) en la ecuación de momento, se obtienen las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes,

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_i \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2.32)$$

donde ρ, p, ν , representan la densidad, la presión y la viscosidad cinemática del fluido respectivamente.

Las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes presentan el término desconocido $\overline{u_i u_j}$, el cual es la correlación entre las componentes de fluctuación de la velocidad y se le conoce como el término de los esfuerzos de Reynolds. La existencia de los esfuerzos de Reynolds implica que se deben hacer suposiciones sobre su estructura para dar solución al problema turbulento.

Los modelos RANS han sido desarrollados en base al concepto de que la escala de velocidad y la escala de longitud son suficientes para describir el efecto de la turbulencia del flujo. En instancias iniciales el modelo de turbulencia utilizado era el modelo de viscosidad turbulenta el cual realiza una estimación de las escalas de velocidad y longitud del flujo por medio de los valores locales. Esto se lleva a cabo relacionando la viscosidad turbulenta con el gradiente de velocidad del flujo. Pero este simple modelo isentrópico no simula bien los flujos de mayor complejidad.

Los modelos clásicos de dos ecuaciones como el $k - \varepsilon$ son actualmente los más utilizados. Estos se basan en la presunción de que existe una analogía entre la acción de los esfuerzos viscosos y los esfuerzos de Reynolds en el flujo.

Ambos esfuerzos aparecen en el lado derecho de la ecuación del momentum. En la ley de la viscosidad de Newton el esfuerzo viscoso es proporcional a la tasa de deformación de los elementos fluidos. Para un fluido incompresible se verifica:

$$\tau_{ij} = \mu e_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.33)$$

Con el fin de simplificar la notación se utilizan los subíndices i y j . La convención de esta notación es que i o $j=1$, corresponde a la dirección x , i o $j=2$ a la dirección y , y la dirección z a i o $j=3$. Por ejemplo,

$$\tau_{12} = \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.34)$$

Experimentalmente se observa que la turbulencia decae a menos que exista un esfuerzo cortante en el flujo incompresible isoterma. Por otra parte, se encuentra que el esfuerzo turbulento aumenta conforme aumenta la tasa de la deformación. Boussinesq en 1877 propuso que el esfuerzo de Reynolds se puede asociar a las tasas de deformación. Usando la nomenclatura de subíndices se escribe:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.35)$$

El transporte turbulento de calor, masa y otras propiedades escalares se estiman de igual forma. La ecuación anterior muestra que el momentum de transporte turbulento es proporcional a los gradientes de velocidad (i.e. gradientes del momentum por unidad de masa). Análogamente el transporte turbulento del escalar se toma proporcional a los gradientes de la cantidad transportada, en notación de subíndices da como resultado:

$$-\overline{\rho u_i \phi} = \Gamma_t \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (2.36)$$

donde Γ_t es la difusividad turbulenta. Cuando se mezclan los remolinos, se espera de alguna forma que los valores de la difusividad turbulenta Γ_t sean cercanos al valor de la viscosidad turbulenta μ_t , por esta razón se incluye el número de Prandtl/Schmidt como:

$$\sigma_t = \frac{\mu_t}{\Gamma_t} \quad (2.37)$$

✓ **Modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$.** Este modelo de turbulencia se centra básicamente en el mecanismo que afecta directamente la energía turbulenta.

Algunos términos preliminares se deben tener en cuenta. La energía cinética instantánea $k_{(t)}$ de un flujo turbulento es la suma de la energía cinética promedio

$$K = \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + W^2) \text{ y la energía cinética turbulenta } k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}):$$

$$k_{(t)} = K + k \quad (2.38)$$

En las demostraciones realizadas a continuación se requiere utilizar la tasa de deformación y los esfuerzos turbulentos. Para facilitar la subsecuencia de los cálculos es muy común escribir los componentes de la tasa de deformación e_{ij} y los esfuerzos τ_{ij} en forma de tensores:

$$e_{ij} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

Descomponiendo la tasa de deformación de un elemento fluido en una componente promedio y fluctuante $e_{ij}(t) = E_{ij} + e'_{ij}$, resulta la siguiente matriz

$$\begin{aligned} e_{xx}(t) &= E_{xx} + e'_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} \\ e_{yy}(t) &= E_{yy} + e'_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y} \\ e_{zz}(t) &= E_{zz} + e'_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$e_{xy}(t) = E_{xy} + e'_{xy} = e_{yx}(t) = E_{yx} + e'_{yx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right]$$

$$e_{xz}(t) = E_{xz} + e'_{xz} = e_{zx}(t) = E_{zx} + e'_{zx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right] \quad (2.40)$$

$$e_{yz}(t) = E_{yz} + e'_{yz} = e_{zy}(t) = E_{zy} + e'_{zy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right]$$

• **Ecuación para la energía cinética promedio K del flujo.** La ecuación para la energía cinética promedio puede obtenerse multiplicando la componente x de la ecuación del momentum promediadas temporalmente (2.11) por U , la componente y de la ecuación (2.12) por V y la componente z de la ecuación (2.13) por W . Luego de sumar los resultados y agruparlos y aplicando algebra se puede llegar a que la ecuación promediada de la energía cinética de flujo es de la siguiente forma:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho K U)}_{II} = \underbrace{div(-PU)}_{III} + \underbrace{2\mu U E_{ij}}_{IV} - \underbrace{\rho U \overline{u'_i u'_j}}_V - \underbrace{2\mu E_{ij} \cdot E_{ij}}_{VI} + \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \cdot E_{ij}}_{VII} \quad (2.41)$$

En otros términos el significado de cada uno de los términos anteriormente escritos es el siguiente:

Tasa de cambio de K		Transporte de K por la presión	+	Transporte de K por los esfuerzos cortantes	+	Transporte de K por los esfuerzos de Reynolds
+	=	- Tasa de disipación de K	+	Producción de Turbulencia		
Transporte de K por convección						

Los términos de transporte (III), (IV) y (V) se caracterizan por la aparición del operador div . El efecto de los esfuerzos viscosos sobre K ha sido dividido en dos partes, el término (IV), el transporte de K por los esfuerzos viscosos y el término (VI) es la disipación viscosa de la energía cinética K . Los dos términos que contienen los esfuerzos de Reynolds $-\rho \overline{u_i u_j}$ se deben a los efectos turbulentos: el término (V) es el transporte turbulento de K debido a los esfuerzos de Reynolds y el término (VII) es la producción turbulenta de K debido al trabajo de deformación debido a los esfuerzos de Reynolds. Para números de Reynolds altos los términos turbulentos (V) y (VII) son mucho mayores que las contribuciones viscosas (IV) y (VI).

• **Ecuación para la energía cinética turbulenta k .** Multiplicando cada una de las ecuaciones de Navier-Stokes sin los esfuerzos de Reynolds por su componente de fluctuación de la velocidad (i.e. la componente x se multiplica por u' etc.) y sumando los resultados, seguido de una repetición de este proceso con la ecuación de Reynolds (2.11, 2.12, 2.13), restando las dos ecuaciones resultantes y un arreglo sustancial se llega a la siguiente ecuación para la energía cinética turbulenta k :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho k u)}_{II} = \underbrace{div\left(-\rho \overline{u'}\right)}_{III} + \underbrace{2\mu \overline{u' e_{ij}'}}_{IV} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i' u_j'}}_V - \underbrace{2\mu \overline{e_{ij}' e_{ij}'}}_{VI} - \underbrace{\rho \overline{u_i' u_j'} E_{ij}}_{VII} \quad (2.42)$$

En otros términos el significado de cada uno de los términos anteriormente escrito es el siguiente:

Tasa de cambio de k		Transporte de k por la presión	+	Transporte de k por los esfuerzos cortantes	+	Transporte de k por los esfuerzos de Reynolds
+	=	- Tasa de disipación de k	+	Producción de Turbulencia		
Transporte de k por convección						

La ecuación (2.41) y (2.42) parecen muy similares en muchos aspectos, a pesar que los términos cuantitativos del lado derecha de la ecuación muestran que el cambio de la energía cinética turbulenta viene determinado por las interacciones turbulentas. El término (VII) en ambas ecuaciones es igual en magnitud, pero opuesto en signo. En dos dimensiones se encontró que solo las capas de mezcla presentaban esfuerzos significativos de Reynolds $-\overline{\rho u'v'}$ positivos si el gradiente de velocidad $\frac{\partial U}{\partial y}$ es negativo. El término (VII) proporciona una contribución positiva en la ecuación k y representa un término de producción. En la ecuación K representa una destrucción de la energía cinética. Esto expresa matemáticamente la transferencia de la energía cinética promedio a energía cinética turbulenta.

El término (VI) es la disipación debido a la viscosidad

$$-2\mu\overline{e'_{ij}.e'_{ij}} = -2\mu\left(\overline{e'^2_{11}} + \overline{e'^2_{22}} + \overline{e'^2_{33}} + \overline{e'^2_{12}} + \overline{e'^2_{13}} + \overline{e'^2_{23}}\right) \quad (2.43)$$

y proporciona una contribución negativa a la ecuación (2.42) debido a la aparición de la suma de cuadrados de la tasa de deformación fluctuante e'_{ij} . La disipación de la energía cinética turbulenta es debida al trabajo realizado por los vórtices de pequeñas escalas sobre los esfuerzos viscosos. La tasa de disipación por unidad de masa, cuyas dimensiones son $\frac{m^2}{s^3}$ es de vital importancia para el estudio de la dinámica turbulenta y se denota como:

$$\varepsilon = 2\nu\overline{e'_{ij}.e'_{ij}} \quad (2.44)$$

Este es el término de destrucción en la ecuación de la energía cinética turbulenta, el cual es de un orden de magnitud similar al término de producción. En contraste,

cuando se tiene un numero de Reynolds alto el termino de transporte viscoso (IV) en la ecuación (2.42) es siempre mucho mas pequeño comparado con el termino de disipación turbulenta (VI).

Es posible desarrollar una ecuación de transporte similar para todas las otras variables turbulentas incluyendo la tasa de la disipación viscosa ε . La ecuación ε contiene términos desconocidos y que son difícilmente medibles.

La ecuación estándar para el modelo $k - \varepsilon$, tiene dos ecuaciones modelo, una para k y otra para ε .

Se usa k para definir el valor de la escala de la velocidad, ϑ , y ε para el valor de la escala de longitud, ℓ respectivamente, representando la mayor escala de la turbulencia, de la siguiente forma:

$$\vartheta = k^{1/2} \quad \ell = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (2.45 \text{ a-b})$$

La viscosidad turbulenta se escribe de la siguiente forma:

$$\mu_t = C_\mu \rho \vartheta \ell = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.46)$$

donde C_μ es una constante adimensional.

El modelo estándar $k - \varepsilon$, utiliza las siguientes ecuaciones de transporte:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad}(k) \right] + 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad}(\varepsilon) \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.48)$$

En otros términos el significado de las ecuaciones es el siguiente:

Tasa de cambio de k o ε + Transporte de k o ε por convección	=	Transporte de k o ε por difusión	+ Tasa de producción de k o ε	- Tasa de destrucción de k o ε
--	---	---	--	--

El modelo $k - \varepsilon$, contiene cinco constantes que se pueden ajustar $C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$ las cuales toman los siguientes valores ya establecidos:

$$C_\mu = 0.09; \sigma_k = 1.00; \sigma_\varepsilon = 1.30; C_{1\varepsilon} = 1.44; C_{2\varepsilon} = 1.92$$

✓ **Modelo de turbulencia RANS $k - \omega$.** Wilcox ¹ desarrollo el modelo $k - \omega$ como alternativa a la deficiencia que tiene el modelo $k - \varepsilon$ para simular el flujo cerca de las paredes. El modelo $k - \omega$ es similar en su estructura al modelo $k - \varepsilon$ pero la variable ε es remplazada por la tasa de disipación por unidad de energía cinética, ω . La ecuación para k en el modelo $k - \omega$ se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + U_i \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho k \omega \quad (2.49)$$

y la ecuación para ω es:

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + U_i \frac{\partial(\rho U_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \frac{\omega}{k} \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) - \beta \rho \omega^2 \quad (2.50)$$

El reemplazo de la variable ω proporciona un mejor tratamiento en la solución cercana las paredes. Cerca de las paredes la capa límite se ve afectada por la naturaleza viscosa del fluido. Por esta razón se requiere que la malla sea

¹ WILCOX, D. C. Turbulence Modeling for CFD. 2 ed. California: D C W Industries, 2002. p. 119.

suficientemente fina para poder resolver el flujo. El modelo $k-\varepsilon$ requiere una malla lo suficiente fina en las paredes y emplea una formula empírica para predecir el comportamiento del flujo. En la formulación del modelo $k-\omega$ el flujo cercano a las paredes se resuelve directamente a través de la integración de la ecuación para ω . La ventaja del modelo $k-\omega$ comparado con el modelo $k-\varepsilon$ es que la ecuación ω es más robusta y fácil de integrar comparada con la ecuación ε sin necesidad de utilizar otras funciones. Wilcox ¹ realizó un estudio del comportamiento de ambos modelos en la predicción de la longitud de recirculación del flujo. El modelo $k-\omega$ obtuvo una muy buena comparación con los datos experimentales mientras que el modelo $k-\varepsilon$ mostró una longitud de recirculación del flujo mucho mas corta.

Ambos modelos el $k-\varepsilon$ y el $k-\omega$ han sido probados en varias configuraciones de flujo, según Liaw ², el comportamiento de los modelos en diferentes regiones se resume en el siguiente cuadro:

Tabla 1. Comparación entre los modelos $k-\varepsilon$ y $k-\omega$, según Liaw ².

	Modelo $k-\omega$	Modelo $k-\varepsilon$
Subcapa laminar	Robusto Exactitud Simple	Rígido Menos exactitud Complejidad
Capa logarítmica	Exactitud	Escalas de longitud muy grandes
Flujo libre	No exacto en regiones cercanas a capas de mezcla	Bien definido

Fuente: LIAW, K. F. Simulation of Flow around Bluff bodies and Bridge Deck Section using CFD. Nottingham, 2005. p. 23. Ph.D. Thesis. University of Nottingham. School of Civil Engineering.

✓ **Modelo de turbulencia RANS-RNG.** Yakhot y Orszag desarrollaron una ecuación basada en los métodos de grupo de re-normalización, conocido en sus siglas en ingles como (RNG, Renormalization group). Las técnicas de RNG se utilizan para desarrollar la teoría de grandes escalas, en donde los efectos de las escalas menores se representan modificando los coeficientes de transporte. El modelo RNG utiliza las fuerzas que conducen las fluctuaciones de la velocidad de

² LIAW, K. F. Simulation of Flow around Bluff bodies and Bridge Deck Section using CFD. Nottingham, 2005. p. 23. Ph.D. Thesis. University of Nottingham. School of Civil Engineering.

las escalas menores y representa el efecto en las escalas mayores (incluyendo condiciones iniciales y de frontera) en el rango inercial de vórtices.

Cuando se tiene números de Reynolds altos el modelo RNG se comporta como un modelo $k - \varepsilon$ estándar, excepto que las constantes del modelo se calculan explícitamente con el análisis RNG asumiendo unas consideraciones diferentes.

Las ecuaciones estándar del modelo $k - \varepsilon$ RNG como la viscosidad turbulenta, energía cinética turbulenta y la tasa de disipación respectivamente se escriben a continuación:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad}(k) \right] + 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad}(\varepsilon) \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.53)$$

Sin embargo el modelo utiliza un coeficiente modificado $C_{2\varepsilon}$ definido como:

$$C_{2\varepsilon} \equiv \tilde{C}_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \lambda^3 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_0}\right)}{1 + \beta \lambda^3}, \quad \lambda \equiv \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2E_{ij}E_{ji}} \quad (2.54)$$

Los coeficientes determinados para el modelo RNG $k - \varepsilon$ son:

$$C_{1\varepsilon} = 1.42, \quad \tilde{C}_{2\varepsilon} = 1.68, \quad C_\mu = 0.085, \quad \sigma_k = 0.72, \quad \sigma_\varepsilon = 0.72 \quad (2.55)$$

$$\beta = 0.012, \quad \lambda_0 = 4.38$$

✓ **Modelo de turbulencia (SST).** El modelo SST hace referencia a sus siglas en ingles Shear Stress Transport y traduce, transporte de esfuerzos cortantes.

Para solucionar el problema de la insuficiente exactitud en la descripción del flujo libre para el modelo $k - \omega$ y para mejorar el comportamiento cerca de las paredes del modelo $k - \varepsilon$, Menter (1994) introdujo el modelo SST, el cual combina los aspectos positivos de ambos modelos. La idea es emplear el modelo $k - \omega$ en las regiones cercanas a las paredes y el modelo $k - \varepsilon$ cerca de las paredes y en la capa límite. Para ello el modelo $k - \omega$ se multiplica por una función F_1 y el modelo $k - \varepsilon$ por $(1 - F_1)$, por lo cual se tiene que en las regiones cercanas a las paredes F_1 tiene un valor de 1 y se convierte en 0 en el flujo libre donde se recupera el modelo $k - \varepsilon$.

El modelo SST además cuenta con la característica de transportar los esfuerzos cortantes turbulentos que se encuentran dentro de la capa límite modificando la función de viscosidad turbulenta. El propósito es mejorar el nivel de exactitud en la predicción de flujos con gradientes de presión adversos, así como flujos con presión inducida para la separación de la capa límite. El modelo SST se ha mostrado mucho mejor para describir la separación del flujo comparada con los modelos $k - \omega$ y $k - \varepsilon$.

Los modelos de dos ecuaciones muestran un desempeño entre complejidad y nivel de exactitud por encima de los otros modelos RANS, pero su aplicación se restringe solo a aplicaciones en estado estacionario. La solución muestra bien las características de eficiencia computacional y capacidad para poder predecir el comportamiento del flujo mostrando los vórtices generados.

2.3. CONCEPTOS VARIOS

2.3.1 Numero de Reynolds. En mecánica de fluidos existe un numero adimensional de suma importancia como lo es el numero de Reynolds el cual sirve para caracterizar el movimiento de un fluido. El número de Reynolds es una relación o cociente entre los términos inerciales y los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes. Bajos números de Reynolds corresponden a flujos viscosos donde las fuerzas de fricción son las que dominan. Cuando el número de Reynolds aumenta el flujo se caracteriza por regiones donde la velocidad varía rápidamente y la aparición de vórtices y de turbulencia. El número de Reynolds se define de la siguiente forma:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u \cdot L_c}{\mu} \quad (2.56)$$

ó

$$\text{Re} = \frac{u \cdot L_c}{\nu} \quad (2.57)$$

Donde u es la velocidad promedio del fluido, L_c es la longitud característica del fluido. μ es la viscosidad dinámica del fluido y ν es la viscosidad cinemática del fluido. ρ es la densidad del fluido, según White³.

2.3.2 Coeficientes de Resistencia y sustentación. El coeficiente de resistencia se calcula de la siguiente forma:

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho u^2 A} \quad (2.58)$$

Donde A es la proyección del área en dirección del flujo, D es la suma de las componentes de la fuerza de presión y de la fuerza viscosa que actúa sobre el objeto en la dirección paralela al flujo, según McBeath⁴.

El coeficiente de sustentación se calcula de manera similar pero la fuerza que actúa es la componente perpendicular a la corriente, mediante la siguiente fórmula:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho u^2 A} \quad (2.59)$$

³ WHITE, F. H. Mecánica de Fluidos. 5 ed. Boston: McGraw Hill, 2004. p. 25.

⁴ McBEATH, S. Aerodinámica del automóvil de competición. España: Ceac, 2005. p. 34.

3. FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO.

El flujo alrededor de un cubo ha sido tema de estudio tanto experimental como numérico por décadas ya que el flujo es muy sensible al cambio en el número de Reynolds. El trabajo en este capítulo se centra en la aplicación de distintos modelos de turbulencia al flujo alrededor de una caja. La aplicación de los modelos de turbulencia se realizara mallas hexaédricas con diferente número de elementos (200.000, 400.000 y 800.000, figuras 31, 32 y 33) con el fin de analizar el nivel de exactitud en los cálculos.

En la primera parte se realizará la simulación con el modelo de turbulencia RANS-SST sobre la caja utilizando condiciones de pared en las paredes laterales y de entrada uniforme. El objetivo es comparar las estructuras del flujo obtenidas en los cálculos con las de la literatura, según Shah ⁵, para números de Reynolds de 3200 y 40.000.

En la segunda parte se realizarán las simulaciones sobre la caja con los distintos modelos de turbulencia (SST, $k-\varepsilon$ estándar y RNG) utilizando la condición de paredes laterales periódicas y con perfil de velocidad del flujo completamente desarrollado a la entrada. Las simulaciones se realizaran con CFX y Fluent para un $Re = 40.000$ y se compararán las estructuras del flujo entre sí y con las de la literatura, según Shah ⁵.

Después de realizar las simulaciones del flujo alrededor de la caja usando diferentes modelos de turbulencia, se compararán cuantitativamente las estructuras turbulentas y los perfiles de velocidad con los de la literatura, según Shah ⁵ para realizar la discusión de los resultados. Además se dibujaran las gráficas de coeficiente de resistencia y sustentación frente a la resolución de la malla para los modelos de turbulencia utilizados.

⁵ SHAH, K. B.; FERZIGER, J. H. A Fluid Mechanicians view of wind engineering. En: Large Eddy Simulation of Flow past a cubic obstacle. Journal of wind Engineering and Industrial Aerodynamics. Vol. 67 - 68, (April-June 1997); p. 215-221.

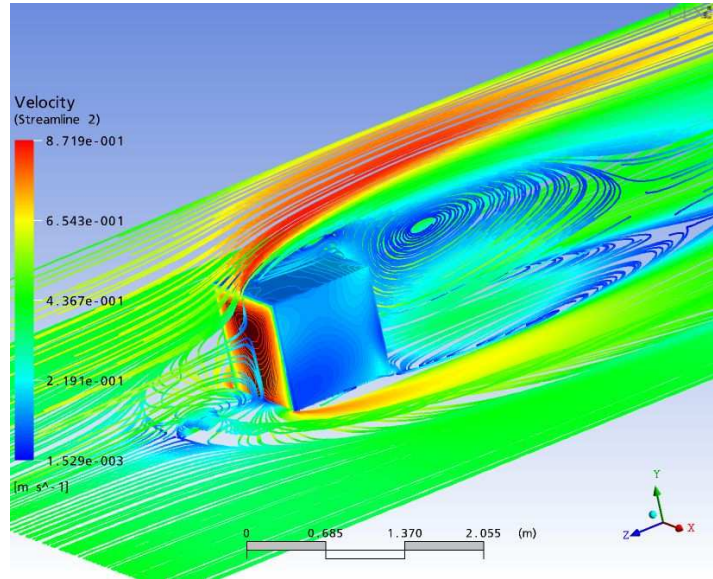
3.1 DESCRIPCION DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO

Los campos de flujo alrededor de cuerpos romos, *bluff bodies*, son complicados debido al desarrollo de la capa límite en las cercanías al suelo y al hecho de que las líneas de corriente no siguen la superficie del cuerpo sino que se separan generando una estela turbulenta amplia. El ejemplo típico es un cubo montado sobre una superficie; la estructura del flujo alrededor de él se describe a continuación. Figura 4.

En la cara enfrentada a una corriente de viento uniforme la presión máxima aparece en el centro de la cara en las cercanías del suelo, donde toda la energía cinética del flujo se transfiere a presión dinámica conforme la velocidad del flujo se reduce a cero. La corriente incidente se defleca hacia la parte inferior del cubo para rodearlo y también hacia la parte superior. En la parte de arriba del punto de estancamiento frontal el flujo se eleva sobre la cara superior del cubo resultando en un menor flujo másico de aire sobre el techo. Debajo del punto de estancamiento el flujo desciende sobre la cara frontal hasta alcanzar el nivel del suelo. Como el flujo hacia abajo en la cara frontal tiene mayor energía cinética que el viento incidente, en esta parte el flujo es capaz de desplazarse aguas arriba en contra del viento incidente. Finalmente, toda la energía cinética del flujo se invierte en realizar trabajo frente al flujo incidente formándose entonces un vórtice enfrente del cubo. La existencia de este vórtice tiene un marcado efecto sobre la distribución de presiones sobre la cara aguas abajo del cubo. Dicho vórtice frontal facilita la formación del vórtice de herradura a ambos lados del cubo. La presencia del vórtice de herradura implica la aparición de altas presiones de succión en el extremo aguas arriba de la cara lateral y de valores elevados de difusión lateral en la estela del cubo.

El flujo asciendo sobre la cara superior del cubo por lo que se forma un vórtice cuya longitud puede exceder las dimensiones del techo (flujo uniforme) o no (flujo considerando la capa límite desarrollada). El flujo en la parte posterior del cubo presenta una estructura de recirculación caracterizada por fluctuaciones de presión no estacionarias y la presencia de la calle de vórtices de Von Kármán.

Figura 4. Estructura de flujo medio alrededor de un cubo.



3.1.1 Número de Reynolds. En este caso el número de Reynolds se define como:

$$Re = \frac{u.H}{\nu} \quad (3.1)$$

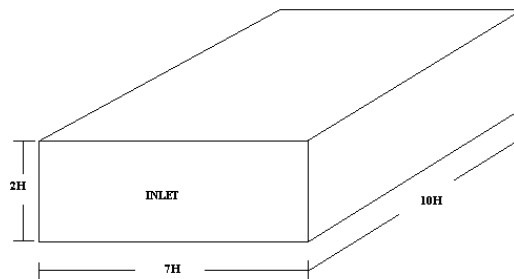
Donde u , es a velocidad promedio del flujo, H es la altura de la caja, y ν es la viscosidad cinemática del fluido ⁵.

3.2 SIMULACIÓN DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN CUBO

En esta sección se discute la simulación del flujo alrededor de una caja basada en la metodología RANS. En este trabajo se seleccionaron los modelos de turbulencia $k-\varepsilon$, SST (transporte de esfuerzos cortantes) y RNG (métodos de grupos de renormalización) para evaluar su aplicabilidad y nivel de exactitud al flujo alrededor de una caja a número de Reynolds 40.000. Para esta simulación se necesita un PC con un mínimo de 1.8 GHz de procesador y una memoria física de 1Gb. Los resultados computacionales se comparan con los experimentales de la literatura, según Shah ⁵. La discretización se realiza mediante el Método de los volúmenes Finitos (FVM) utilizando una malla estructurada en 17 bloques.

3.2.1 Dominio Computacional. El dominio computacional consiste en un canal con un obstáculo cúbico (la caja) ($H=1\text{m}$) montado sobre una la pared inferior. La altura del canal es 2 veces la altura del obstáculo, la separación entre las paredes laterales es de 7 veces la altura de la caja, y la longitud de las paredes laterales es de 10 veces la altura de la caja (figura 5). Estas medidas han sido seleccionadas basadas en el caso estudiado en la literatura, según Shah ⁵.

Figura 5. Geometría computacional para el cubo.



3.2.2 Condiciones de frontera. A la entrada del dominio computacional se coloca una condición de entrada de flujo (inflow) bien uniforme (primera parte) o bien completamente desarrollado (segunda parte). La condición de frontera de las paredes laterales es bien pared sólida (primera parte) o bien periódica (segunda parte), La condición de la parte superior e inferior del canal son paredes sin deslizamiento (Wall-No slip), la salida del canal es una condición de salida de flujo (opening) donde se fija el valor de la presión de 0 Pa como presión de referencia.

3.2.3 Enmallado. Para la simulación se empleara una malla hexaédrica del mismo modo que en la literatura, según Shah ⁵. Para la elaboración de esta malla hexaédrica se divide el dominio computacional en 17 bloques y se refina sobre las paredes cercanas a la caja para resolver el flujo en la capa límite. Para la simulación con los distintos modelos de turbulencia se utilizan tres tipos de mallas (800.000 elementos, 400.000 elementos y 200.000 elementos), figuras 31, 32, 33 respectivamente.

3.2.4 Discretización. Para la discretización de las ecuaciones de la sección (2.1.1) y (2.2) CFX utiliza un esquema de advección de factor de mezcla (blend factor) con un valor de 1 para garantizar que la discretización de las ecuaciones es de segundo orden de exactitud. El esquema de discretización de las ecuaciones para Fluent es de segundo orden upwind. Adicionalmente también se probó en Ansys CFX como funcionaba un esquema de primer orden upwind.

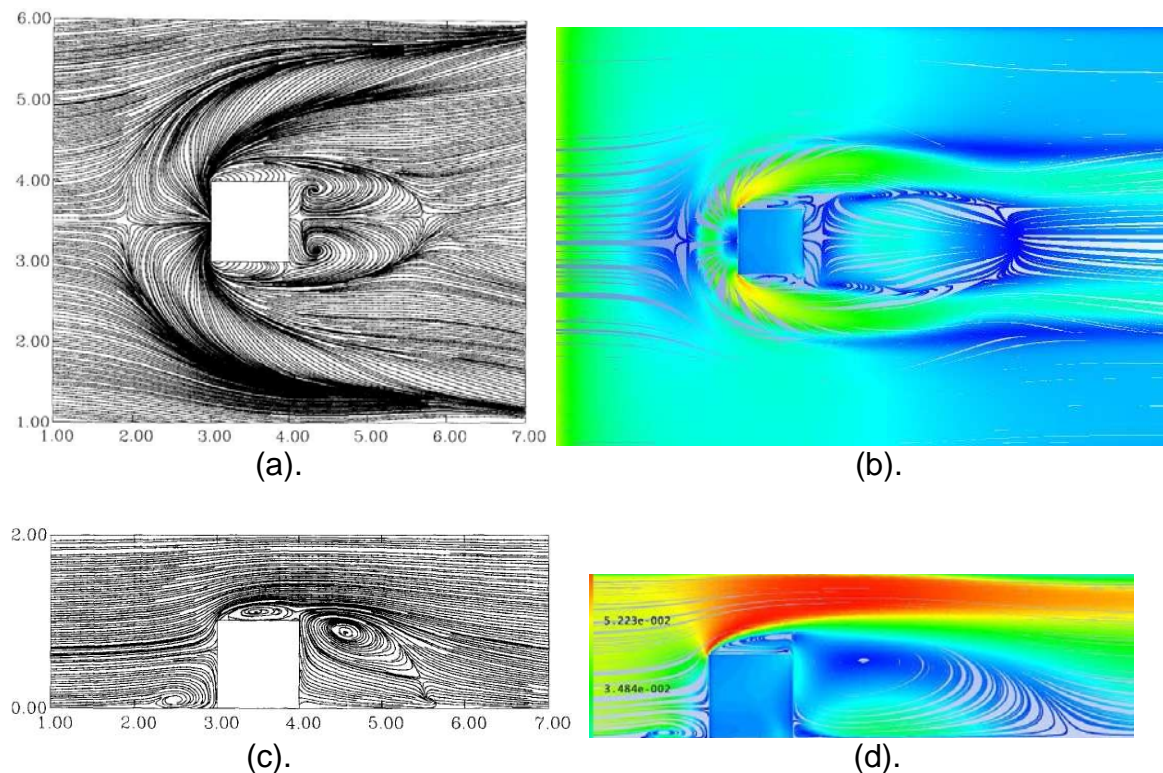
3.2.5 Eficiencia del computador. El tamaño de la malla manejable con CFD depende mucho de la capacidad del computador. Las simulaciones que utilizan modelos RANS necesitan básicamente un Pentium IV, con un procesador de 1.8 GHz y una capacidad de memoria física mínima de 1Gb. El tiempo que requiere el computador para realizar los cálculos de una malla con un número de elementos entre 0.7 y 1 millón de elementos es de 2 a 3 días.

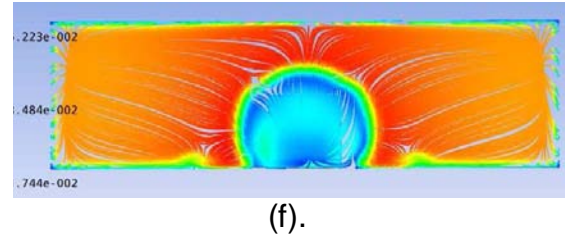
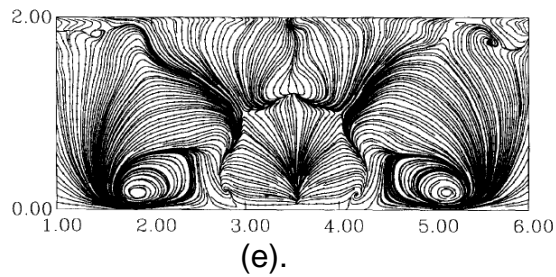
3.3 VISUALIZACIÓN ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL CUBO

3.3.1 Condición a la entrada sin perfil desarrollado y sin paredes laterales periódicas

✓ Reynolds 3200

Figura 6. Líneas de corriente en tiempo promedio de la simulación del modelo RANS-SST con un Re 3200. (a) muestra un plano paralelo (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (d) es un en un plano de simetría, finalmente (f) es en un plano paralelo a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$. (a), (c) y (e) son las líneas de corriente en tiempo promedio de la literatura, según Shah ⁵.

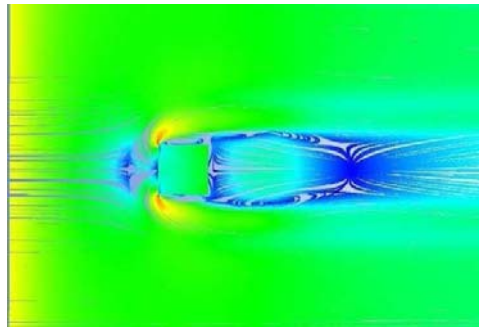




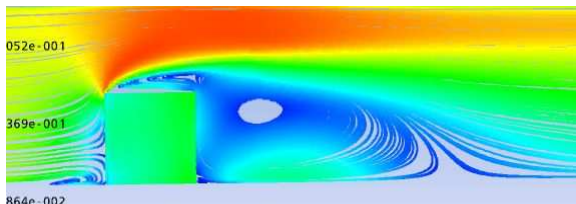
Fuente: Shah K. B., Ferziger J. H., Time averaged Streamlines. A Fluid Mechanics view of wind engineering. En: Large Eddy Simulation of Flow past a cubic obstacle. Journal of wind Engineering and Industrial Aerodynamics. Vol. 67 - 68, 1997; p. 220-221.

✓ Reynolds 40.000

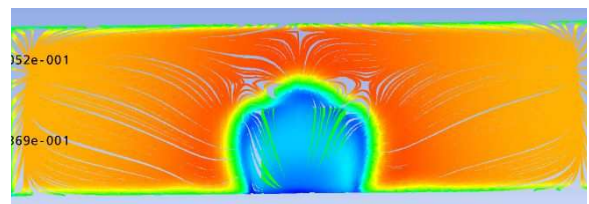
Figura 7. Líneas de corriente en tiempo promedio de la simulación del modelo RANS-SST con un Re 40 000. (a) es en un plano paralelo (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (b) es un en un plano de simetría, finalmente (c) es en un plano paralelo a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$.



(a).



(b).



(c).

✓ **Discusión.** Se utilizó el modelo RANS-SST con un Re 3200 y Re 40 000 para comparar con los resultados presentados en la literatura. Los resultados obtenidos con el menor número de Re se muestran en la figura 6 en (b), (d), (f) y se comparan con los reportados en la literatura, según Shah ⁵, gráficas (a), (c), (e). (a) y (b) muestran la comparación del flujo alrededor de la caja en un plano muy cercano al suelo. Contrariamente a lo sugerido en (a), (b) muestra un flujo en la estela no completamente simétrico lo cual se debe a la condición de flujo uniforme en la entrada y a la condición de no periodicidad en las paredes laterales. En (c) y (d) se muestra la comparación del flujo alrededor de la caja en un plano de simetría. Se observa que la zona de recirculación detrás de la caja es mucho mas larga que la reportada (c). (d) muestra encima de la caja el centro de la zona de recirculación desplazado hacia atrás. (e) y (f) muestran la comparación de las líneas de corriente proyectadas en un plano paralelo a la cara posterior de la caja, observándose en (f) zonas muy débiles de recirculación del flujo comparadas con (e) de la literatura, según Shah ⁵.

En la figura 7 (a), (b) y (c) se muestra el comportamiento del flujo alrededor de la caja con un Re 40 000, sin la condición de flujo desarrollado a la entrada y periodicidad en las paredes laterales. En (a) se muestran las líneas de corriente alrededor de la caja en un plano paralelo al suelo, observándose la asimetría del flujo ya que los centros de los vórtices detrás de la caja no están completamente alineados. En (b) se muestran las líneas de corriente en un plano de simetría, el centro del vórtice encima de la caja desplazado hacia atrás y una zona de recirculación detrás de la caja mas larga comparada con la de la literatura, según Shah ⁵. (c) muestra las líneas en un plano paralelo a la cara posterior de la caja donde no se visualiza ninguna estructura vortical a ambos lados de la caja.

En conclusión, las condiciones de contorno elegidas no son capaces de reproducir satisfactoriamente el comportamiento cualitativo del flujo alrededor del cubo por lo que es necesario implementar las mismas condiciones de frontera utilizadas en la literatura, según Shah ⁵.

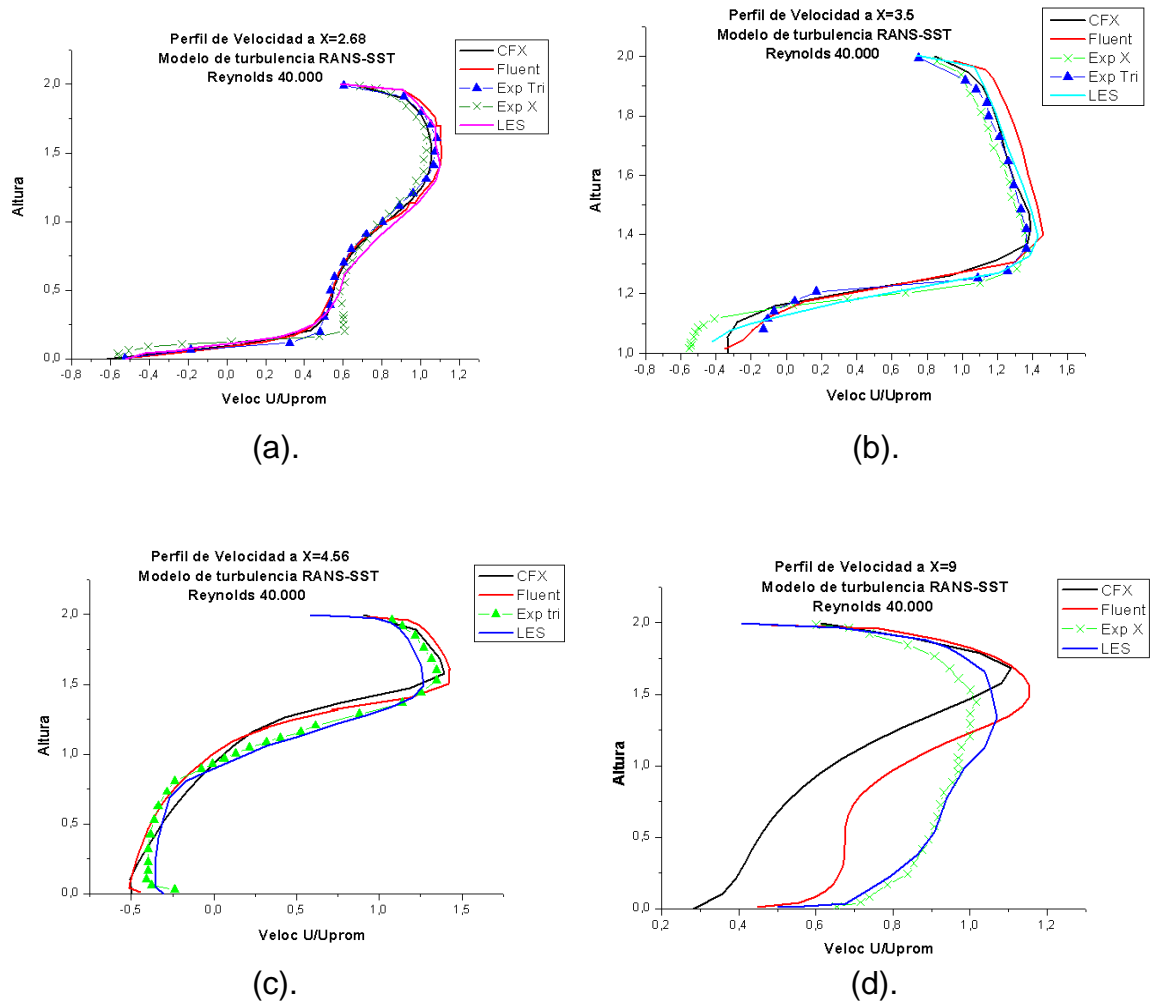
3.4 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

3.4.1 Perfil desarrollado a la entrada y paredes laterales periódicas, con un Re 40 000

✓ Malla 200.000 Elementos Hexaédricos. Se presentan los perfiles de velocidad para cada modelo de turbulencia utilizado.

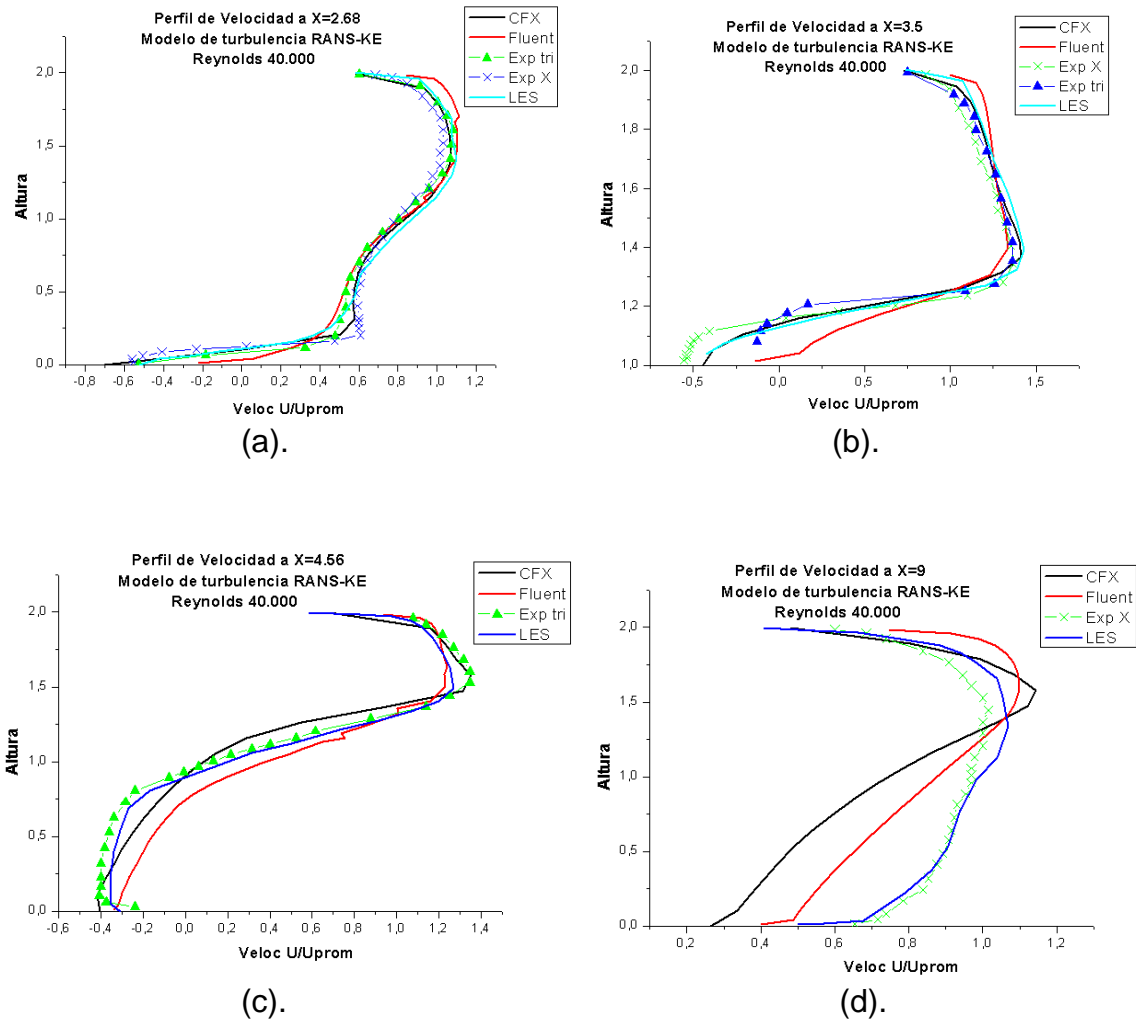
- Perfiles de velocidad con el modelo de turbulencia RANS-SST

Figura 8. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



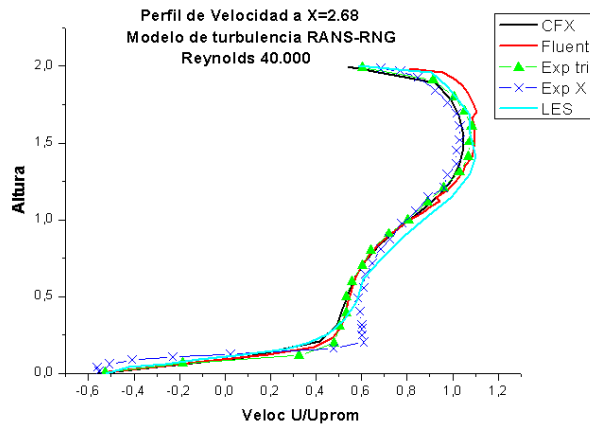
- Perfiles de velocidad con el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$:

Figura 9. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.

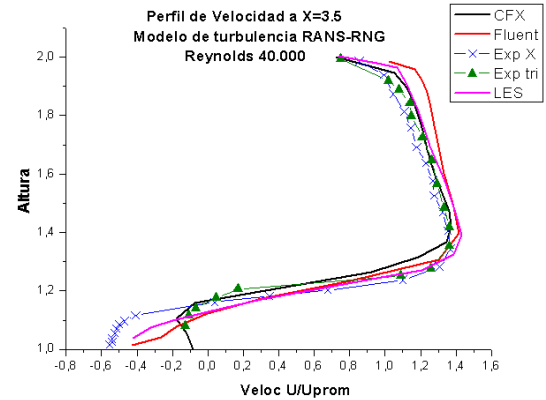


- Perfiles de velocidad con el modelo de turbulencia RANS-RNG

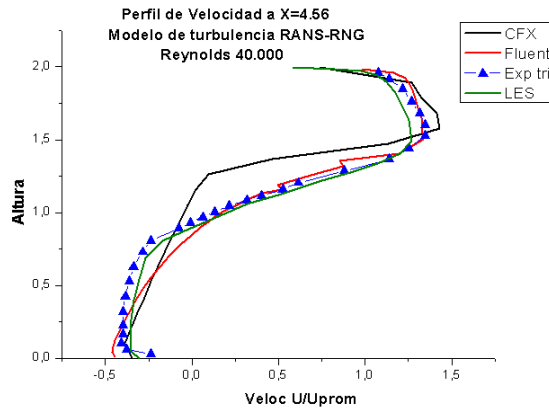
Figura 10. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un $Re = 40\,000$. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



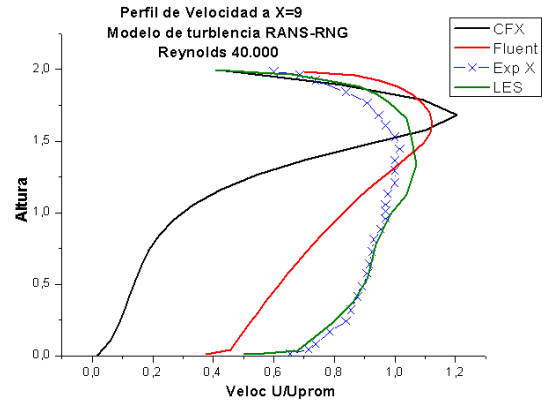
(a).



(b).



(c).

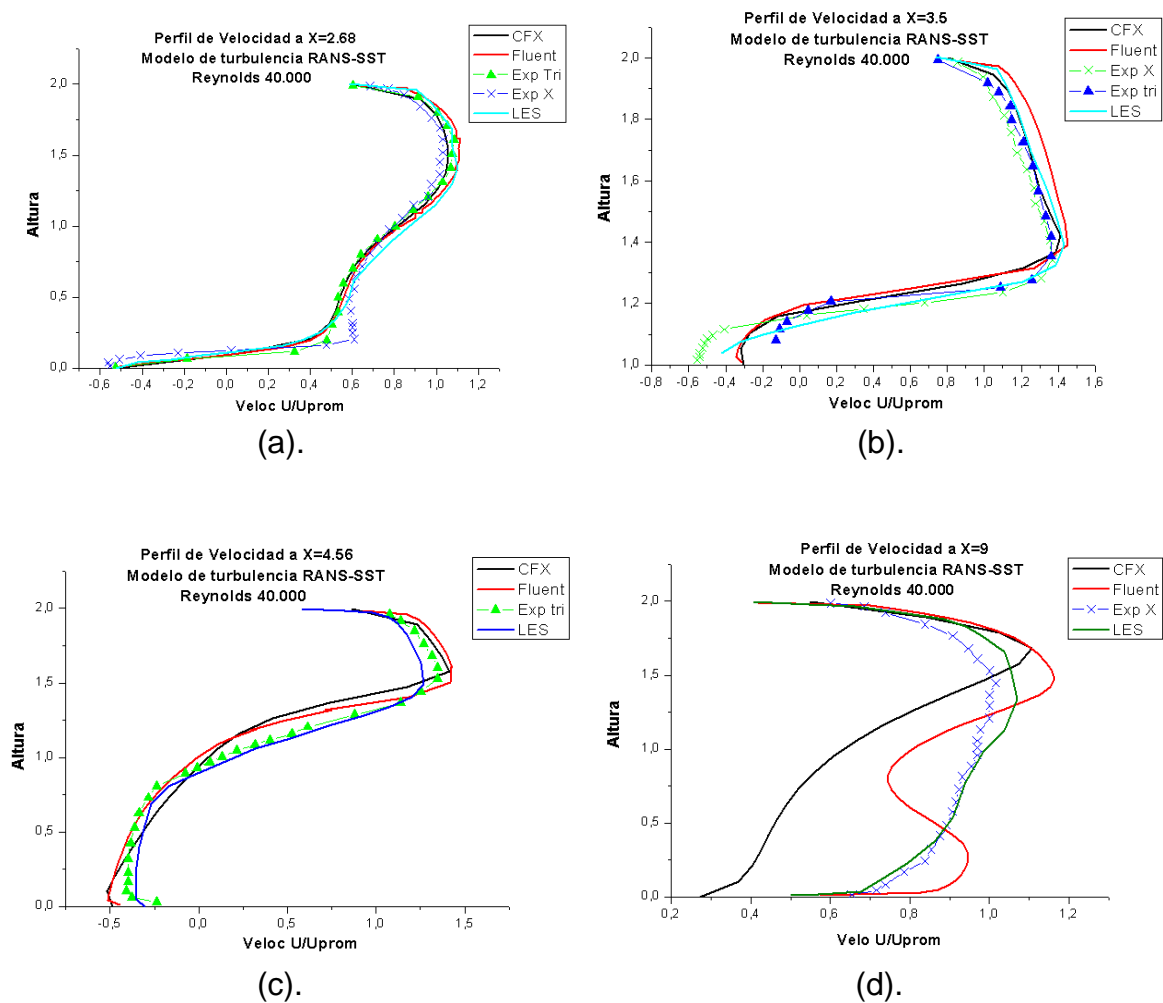


(d).

✓ Malla 400.000 Elementos Hexaédricos. Se presentan los perfiles de velocidad para cada modelo de turbulencia utilizado.

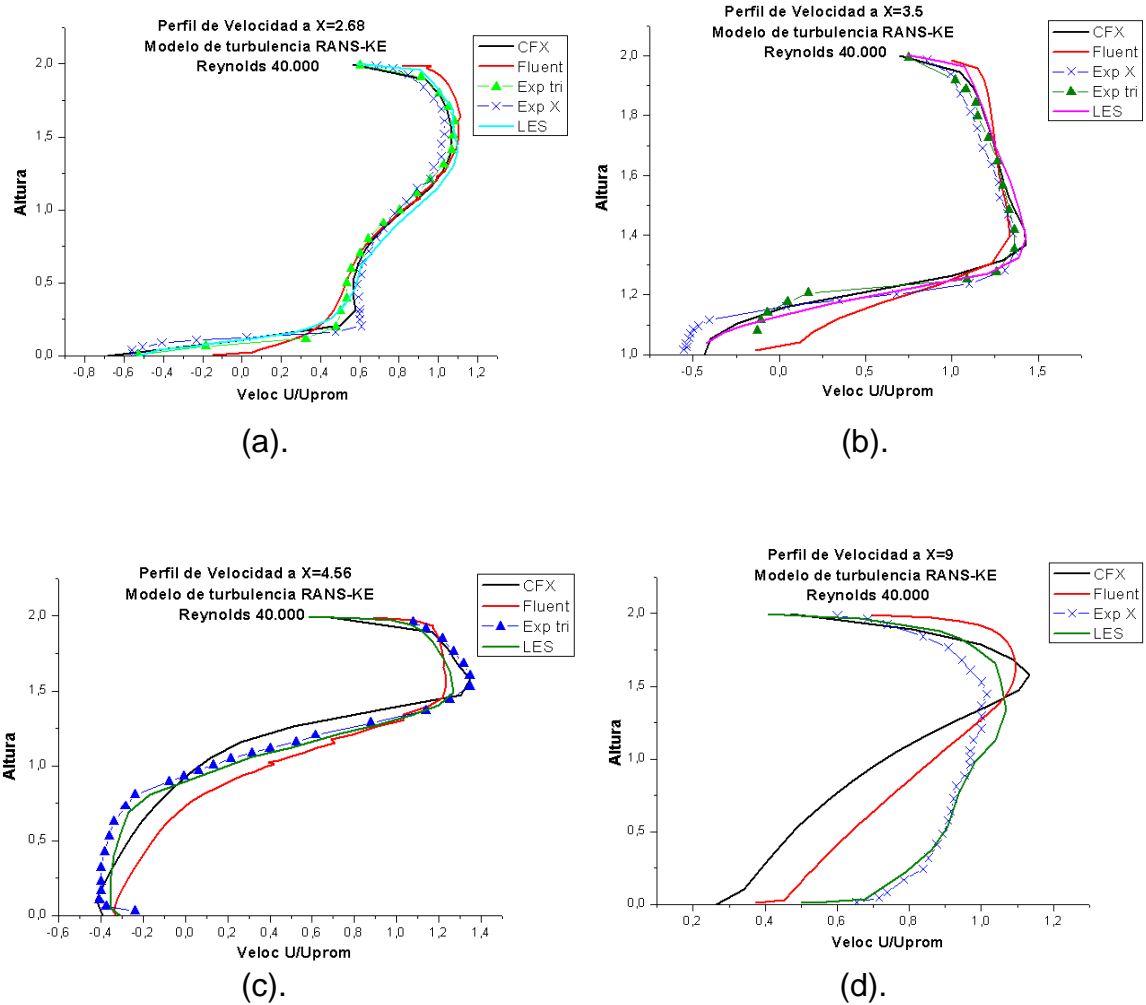
- Perfiles de velocidad con el modelo de turbulencia RANS-SST

Figura 11. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



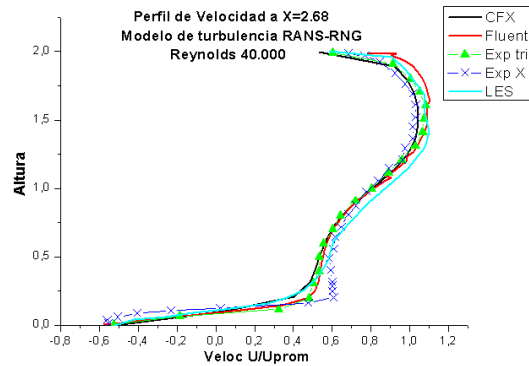
- Perfiles de velocidad con el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$

Figura 12. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.

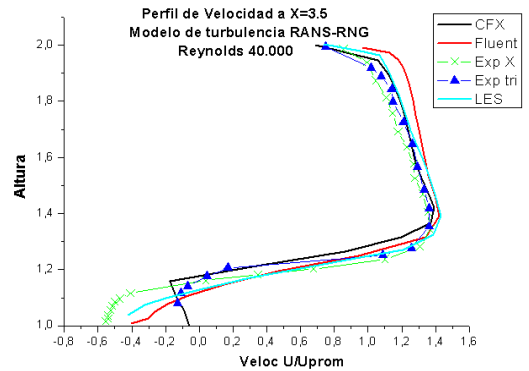


- Perfiles de velocidad con el modelo RANS-RNG

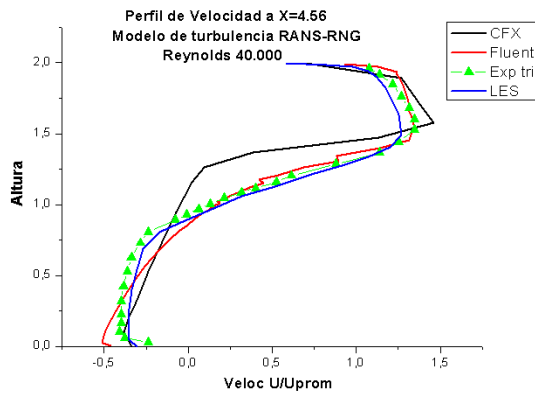
Figura 13. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un $Re=40\,000$. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



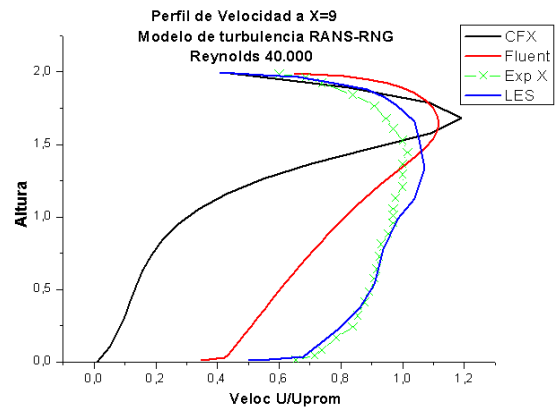
(a).



(b).



(c).

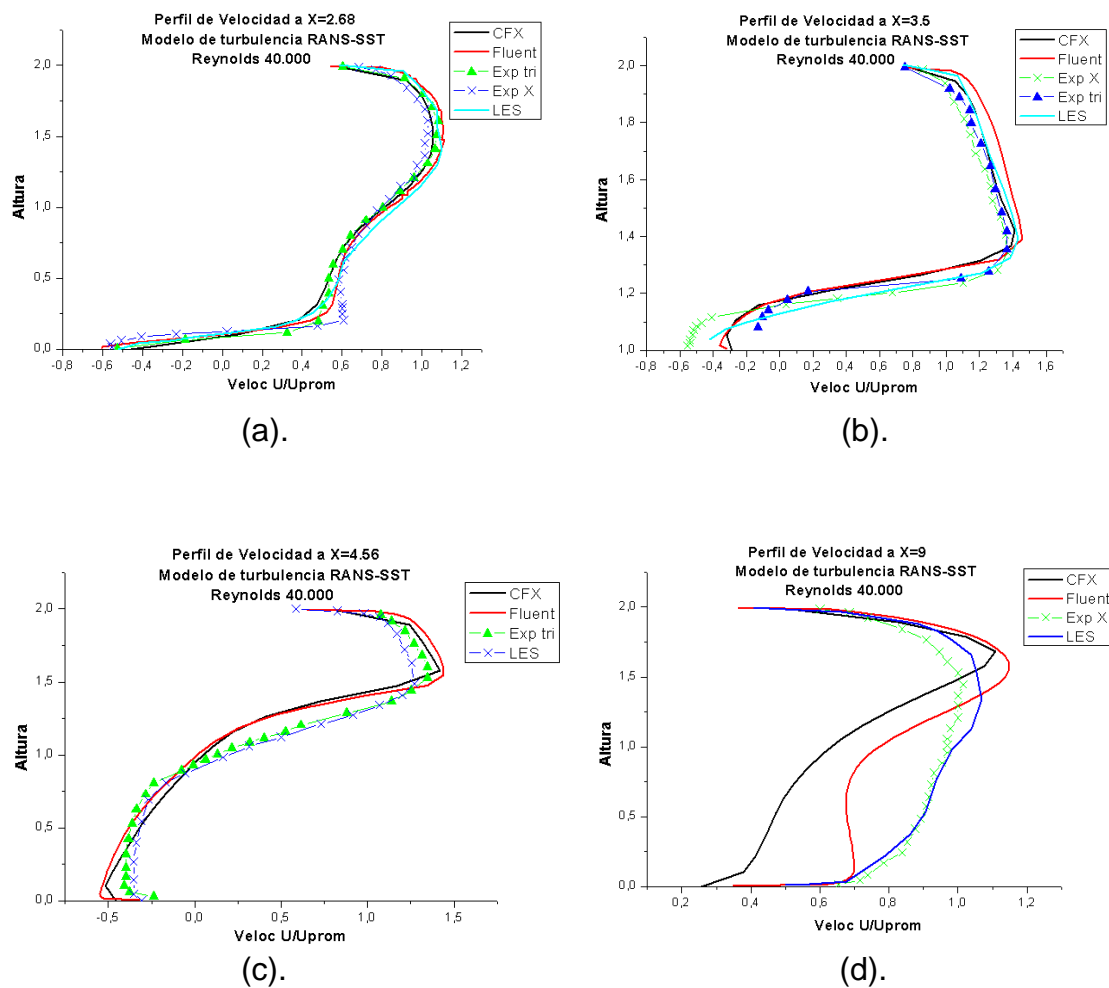


(d).

✓ Malla 800.000 Elementos Hexaédricos. Se presentan los perfiles de velocidad para cada modelo de turbulencia utilizado.

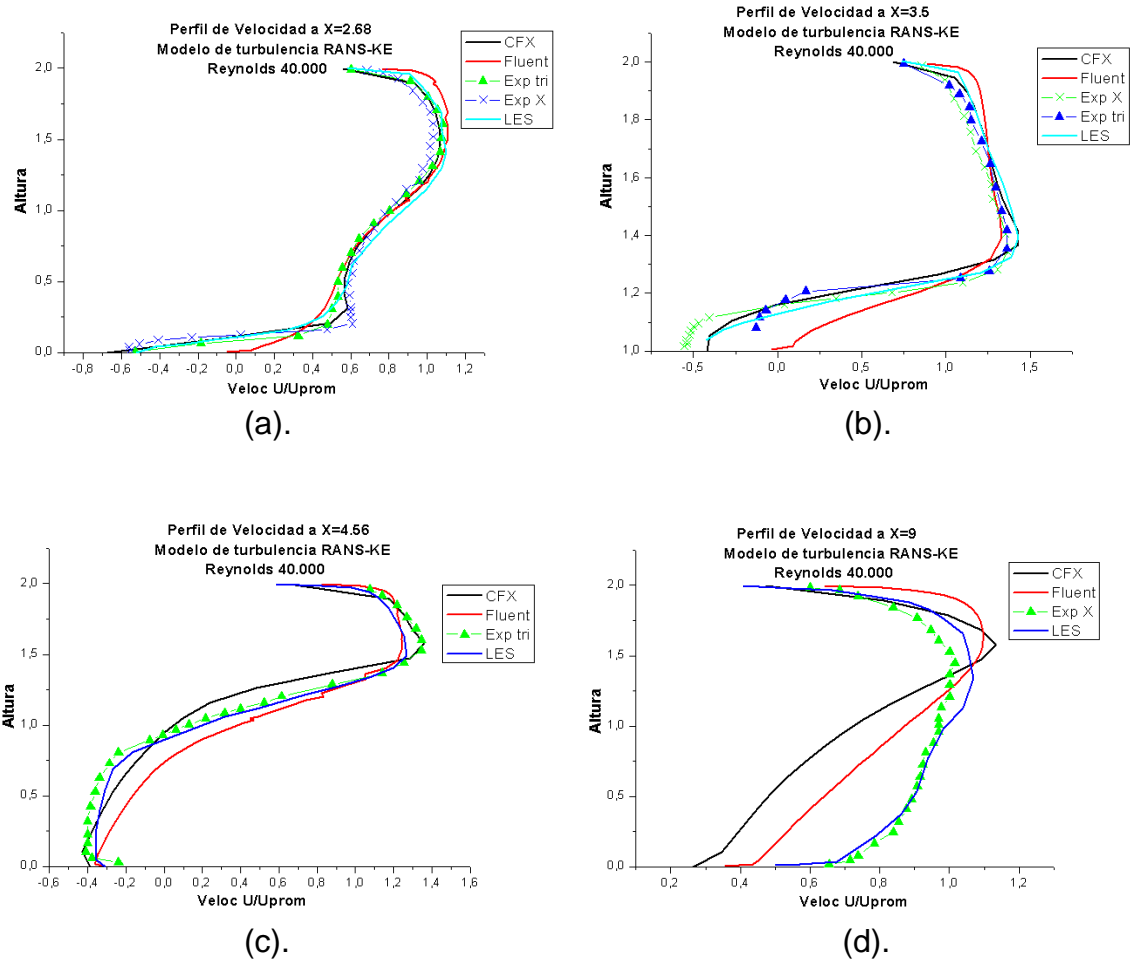
- Perfiles de velocidad con el modelo turbulencia RANS-SST

Figura 14. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-SST, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



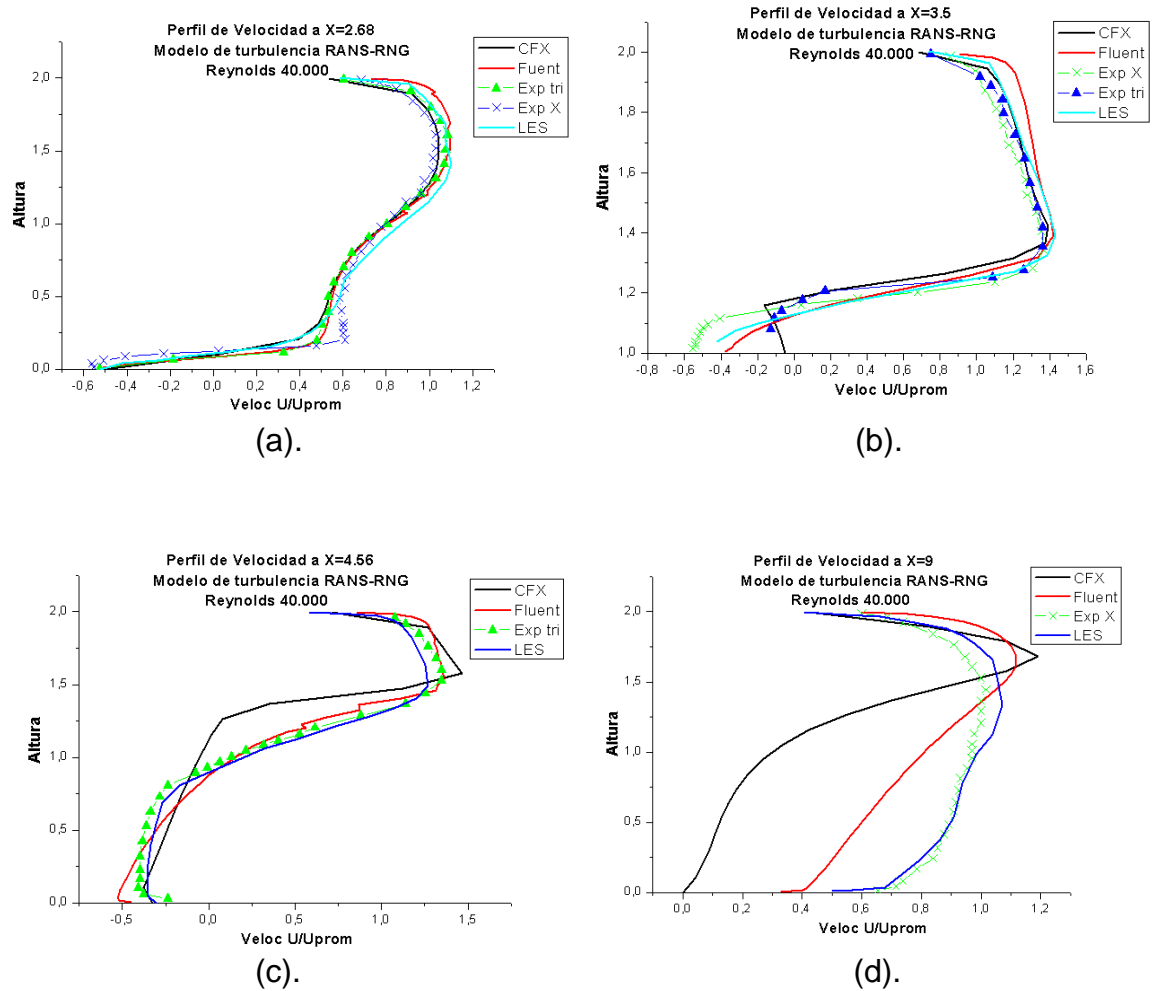
- Perfiles de velocidad con el modelo RANS $k - \varepsilon$:

Figura 15. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$, con un Re 40 000. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



- Perfiles de velocidad con el modelo RANS-RNG

Figura 16. Perfiles de velocidad alrededor de la caja para el modelo de turbulencia RANS-RNG, con un $Re = 40\,000$. En (a), perfil en un plano $z=2.68$. En (b), perfil en un plano $z=3.5$. En (c), perfil en un plano $z=4.56$ y en (d) perfil en un plano $z=9$.



3.4.2 Coeficiente de Resistencia y Sustentación:

✓ Reynolds 40.000

Tabla 2. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 40 000, en el programa Ansys CFX V.10.

	CFX RANS- SST		CFX RANS-KE		CFX RANS- RNG	
Malla	CI	-Cd	CI	-Cd	CI	-Cd
200,00 0	0.6782881 7	1.2936224	0.7449729	1.1888301 7	0.5407813 9	1.3976196 9
400,00 0	0.6850813	1.3314363 1	0.7600632 3	1.2196431 8	0.5505871 7	1.4247967 5
800,00 0	0.6907181 6	1.3559891 6	0.7686178 9	1.2436720 9	0.5556910 6	1.4431346

Tabla 3. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 40 000, en el programa Fluent V.6.3.

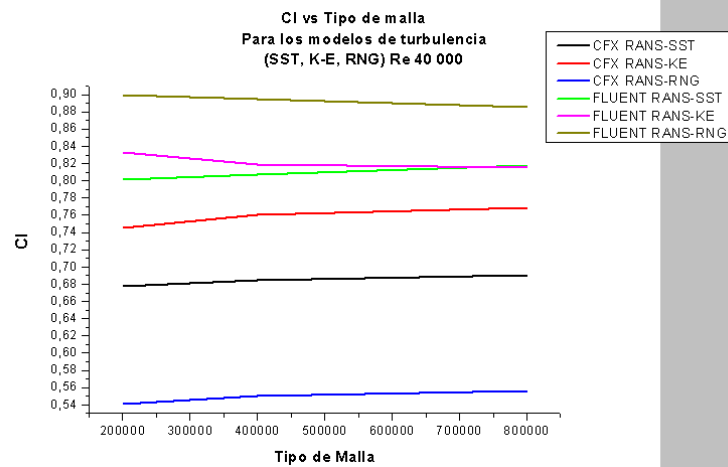
	Fluent RANS- SST		Fluent RANS-KE		Fluent RANS- RNG	
Malla	CI	-Cd	CI	-Cd	CI	-Cd
200,00 0	0.8046991 8	1.5521106	0.8357641 9	1.5471895	0.8997991	1.5508026 2
400,00 0	0.8075703 7	1.547522	0.8184762	1.5723986 4	0.8951272 4	1.5678967
800,00 0	0.8177155 8	1.5438634 6	0.8159789 1	1.6052673	0.8856223 1	1.5902724

✓ Reynolds 3200

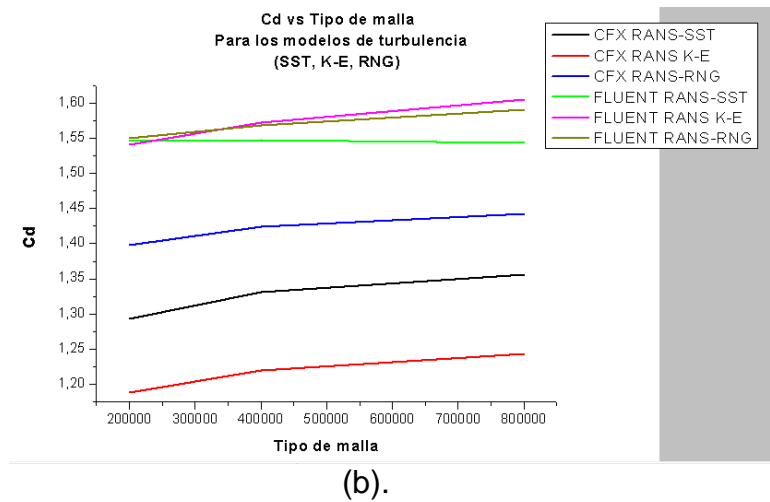
Tabla 4. Coeficiente de sustentación y resistencia para el flujo alrededor de la caja. Simulación para un Re 3200, en el programa Ansys CFX V.10.

Malla	800,000	
	Cl	-Cd
CFX RANS-SST (segundo orden)	0.004674977	0.009609304
CFX RANS-SST (Primer orden)	0.005238211	0.00870402

Figura 17. Coeficientes Cd y Cl para los modelos de turbulencia (SST, $k-\varepsilon$, RNG) (a) Coeficiente de sustentación de la tabla 2 y tabla 3. (b) Gráfica de coeficiente de sustentación de la tabla 2 y tabla 3.



(a).

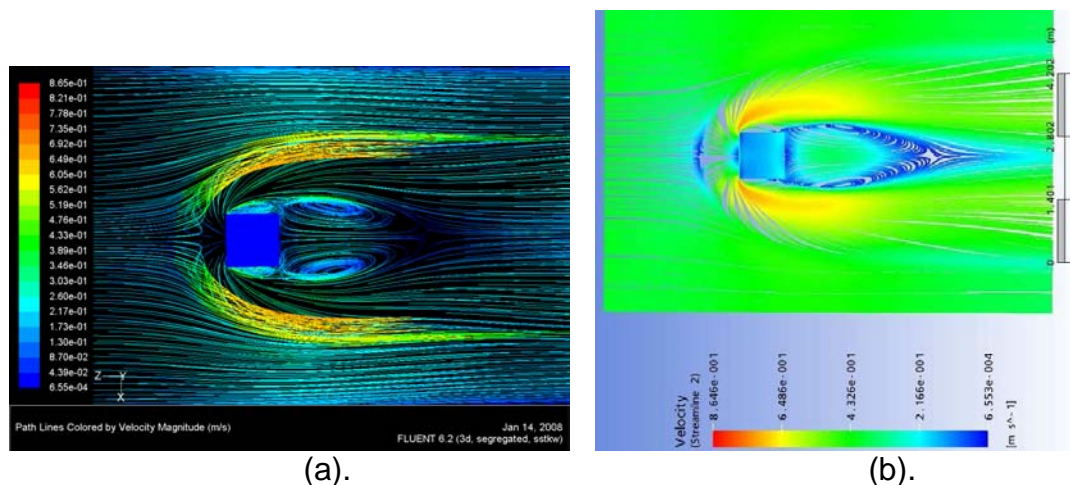


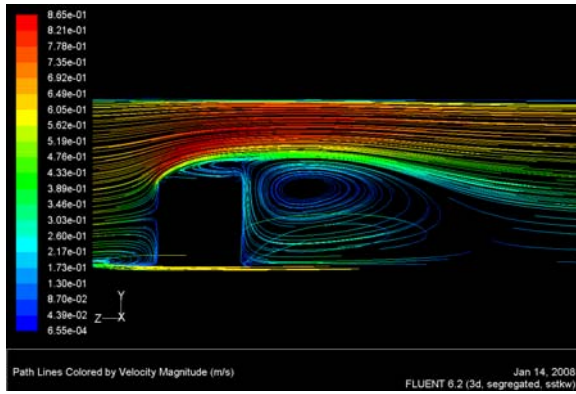
3.4.3 Líneas de corriente con condición de periodicidad en paredes laterales y flujo desarrollado a la entrada.

✓ **Malla 200.000 hexaédricos.** Se presentan los modelos de turbulencia utilizados con cada tipo de malla.

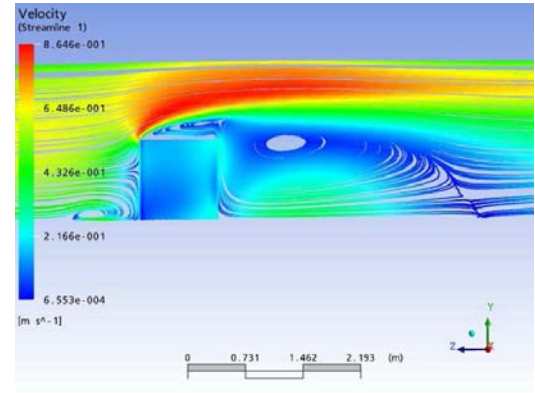
- Modelo RANS-SST con un Re 40 000

Figura 18. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.3$ respectivamente.

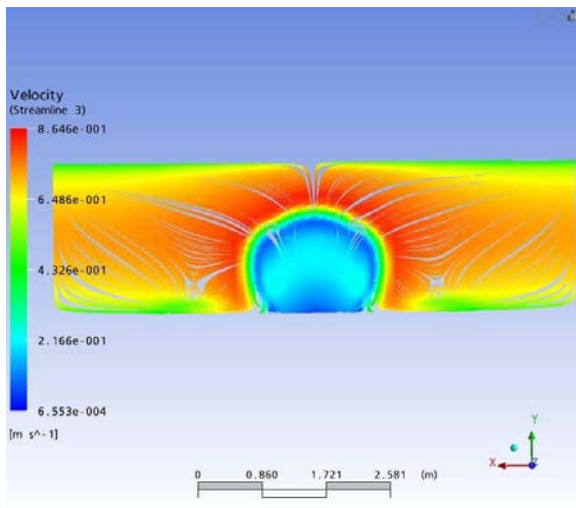




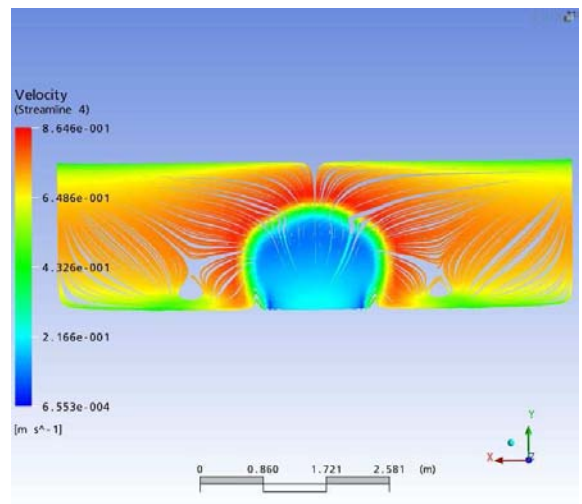
(c).



(d).



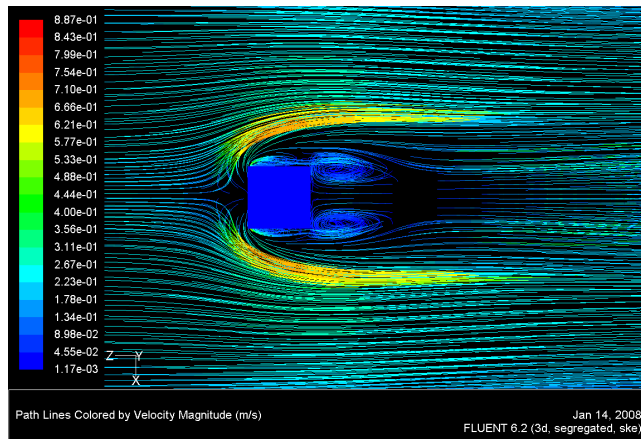
(e).



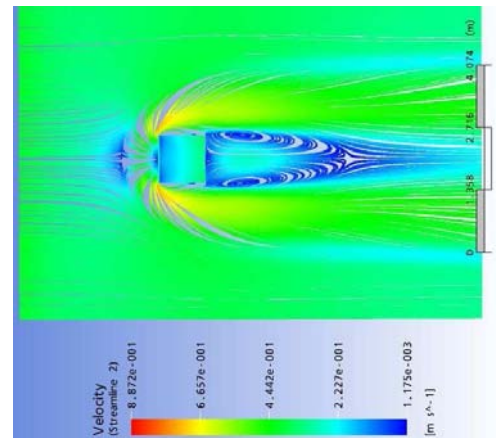
(f).

- Modelo RANS $k-\varepsilon$ con un Re 40 000

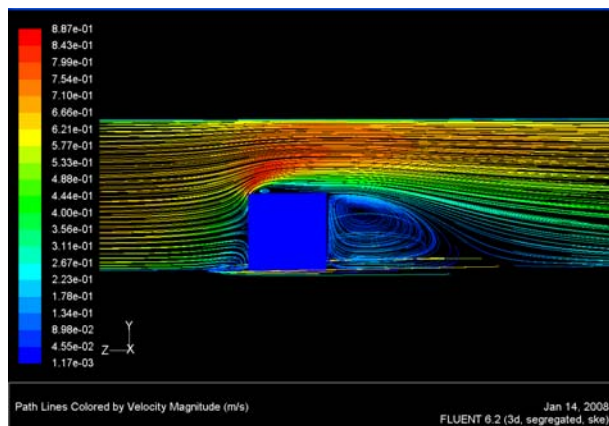
Figura 19. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS $k-\varepsilon$ y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y=0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z=0.1$ y $z=0.7$ respectivamente.



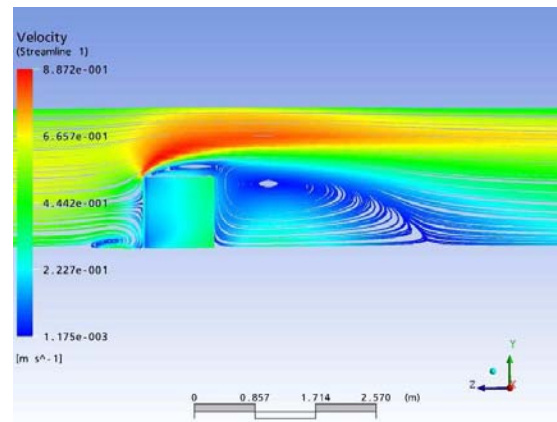
(a).



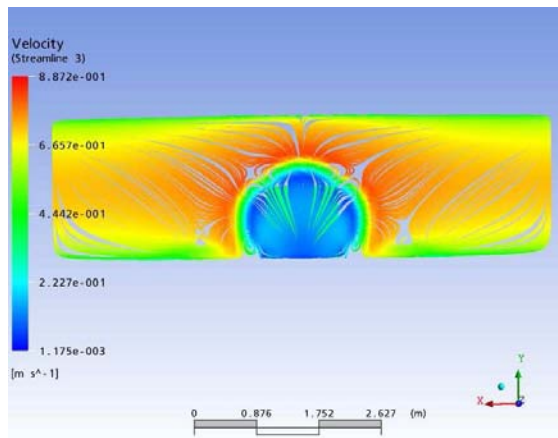
(b).



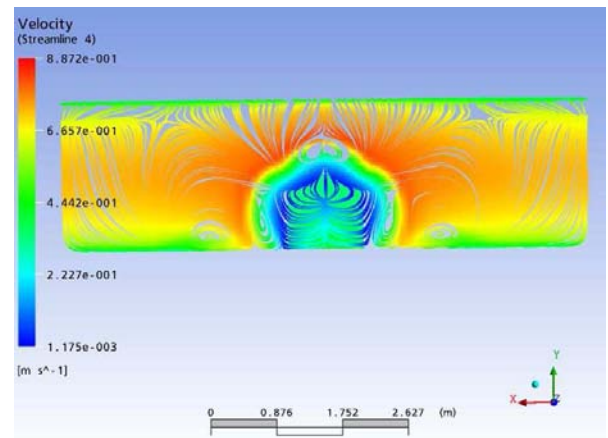
(c).



(d).



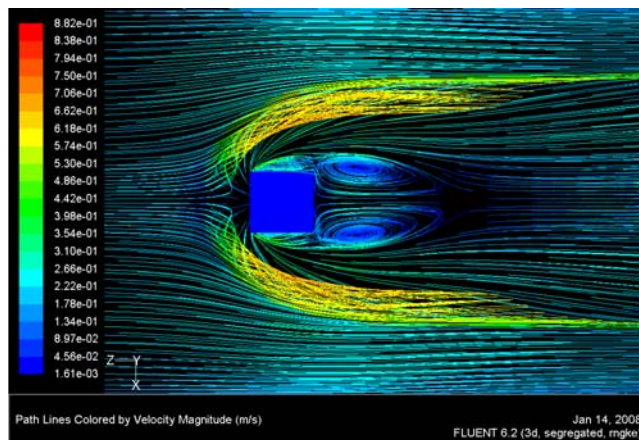
(e).



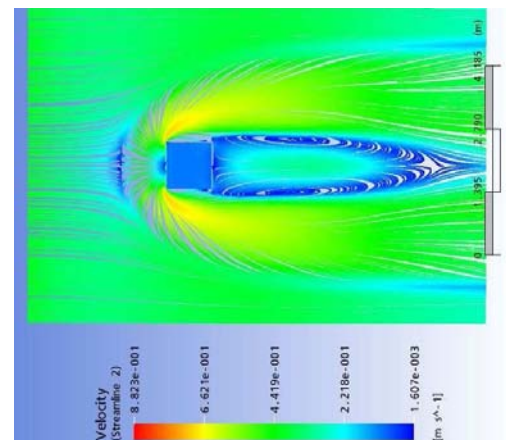
(f).

- Modelo RANS-RNG con un Re 40 000

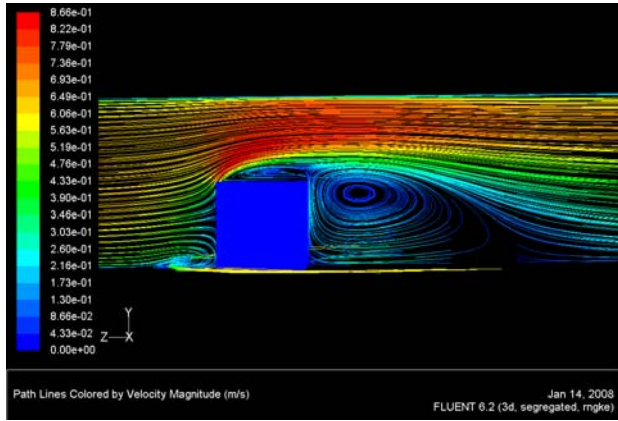
Figura 20. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 200 000 elementos con el modelo RANS-RNG y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.7$ respectivamente.



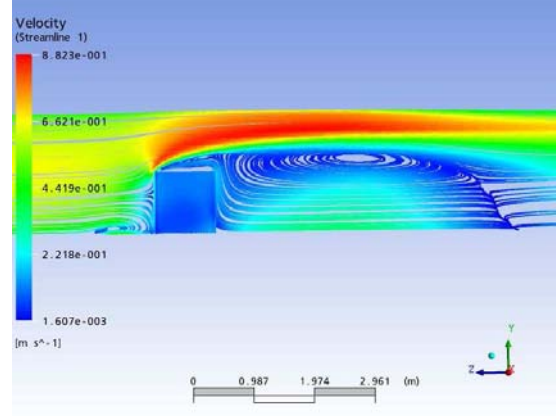
(a).



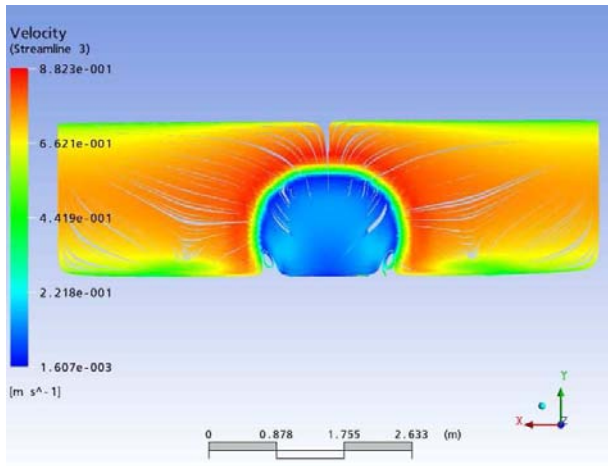
(b).



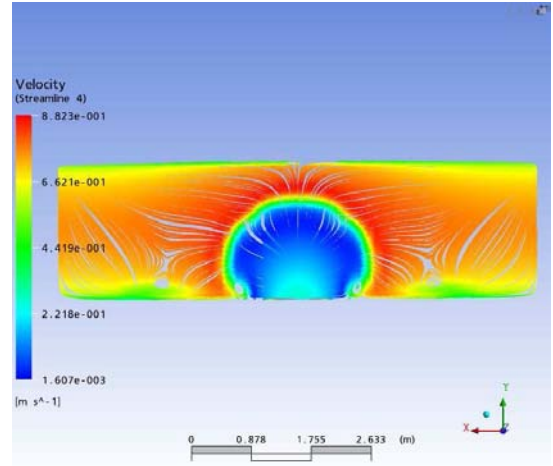
(c).



(d).



(e).

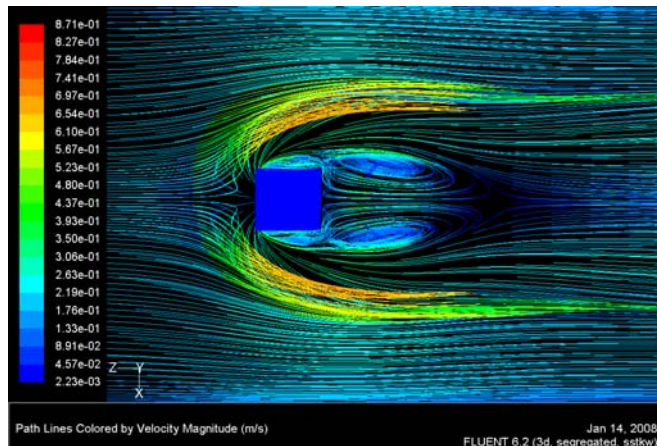


(f).

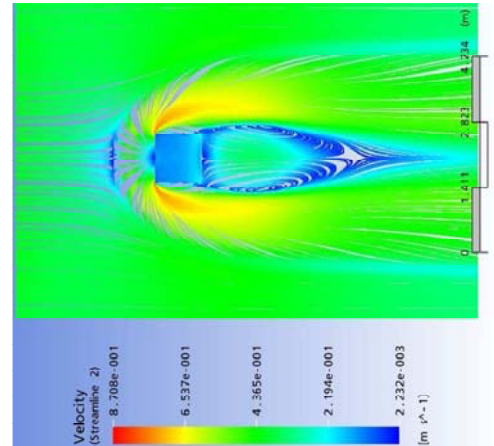
✓ **Malla 400.000 elementos hexaédricos.** Se presentan los modelos de turbulencia utilizados con cada tipo de malla.

- Modelo RANS-SST con un Re 40 000

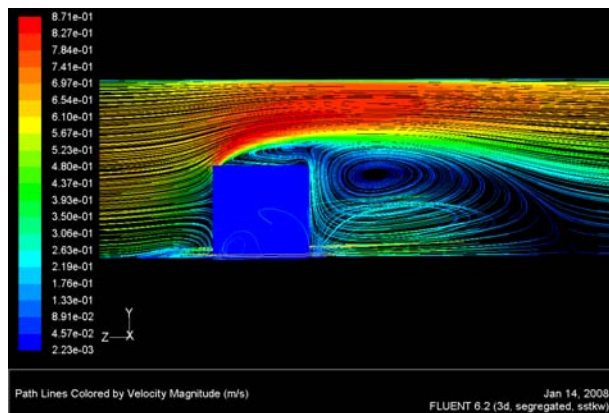
Figura 21. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.3$ respectivamente.



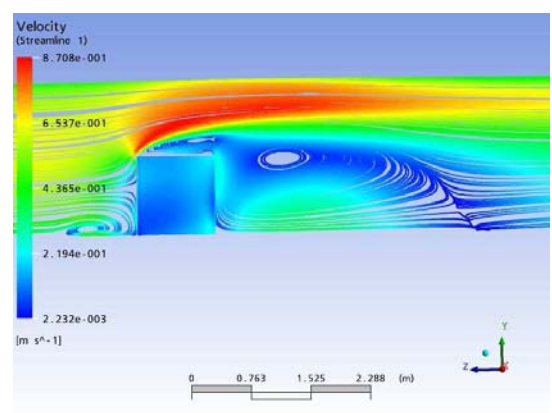
(a).



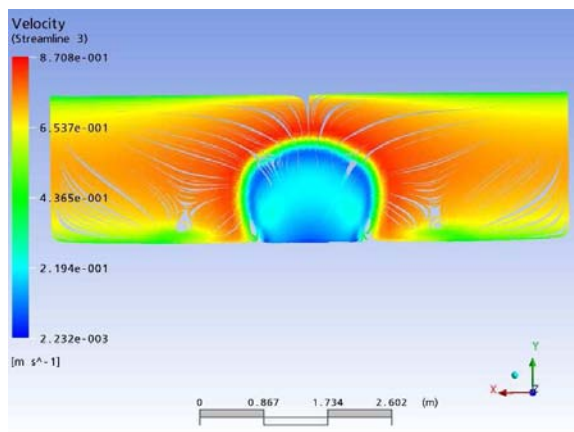
(b).



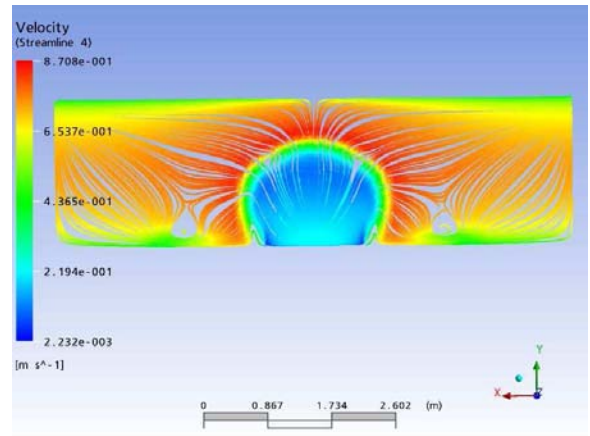
(c).



(d).



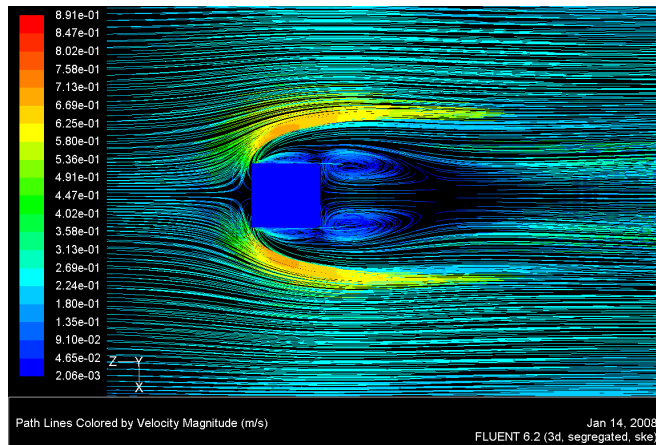
(e).



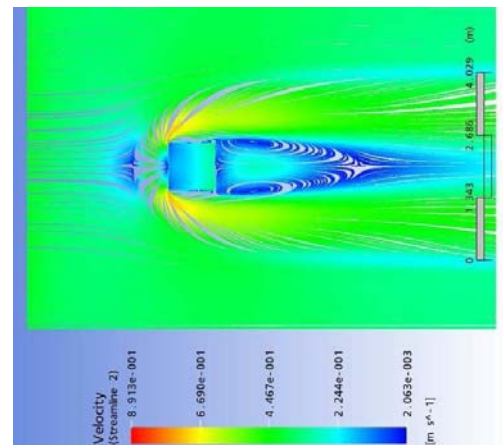
(f).

- Modelo RANS $k - \varepsilon$ con un Re 40 000

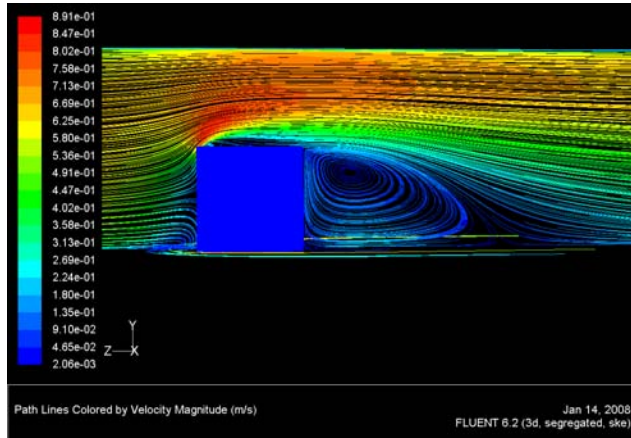
Figura 22. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con el modelo RANS $k - \varepsilon$ y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.8$ respectivamente.



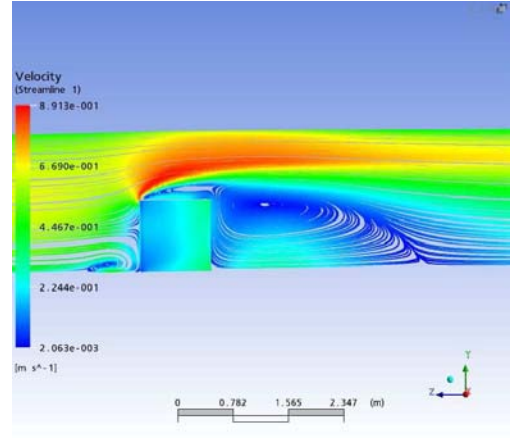
(a).



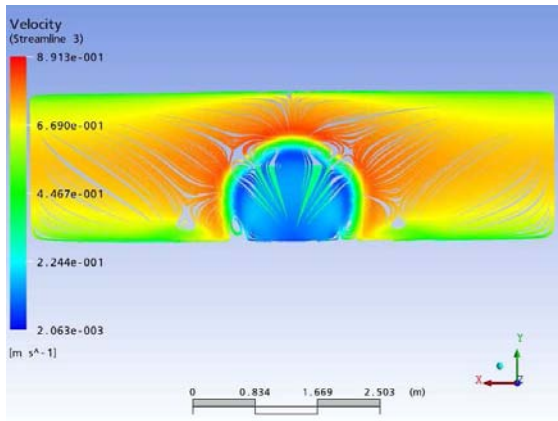
(b).



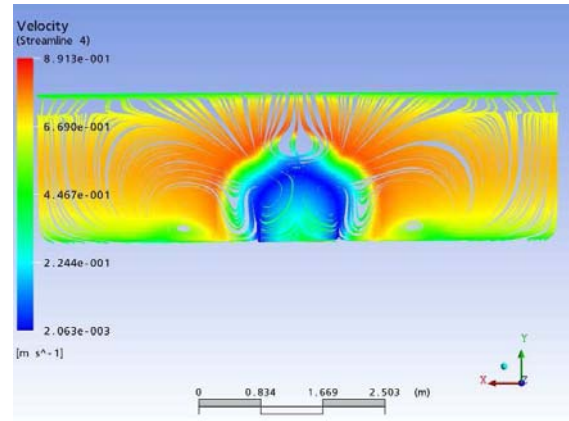
(c).



(d).



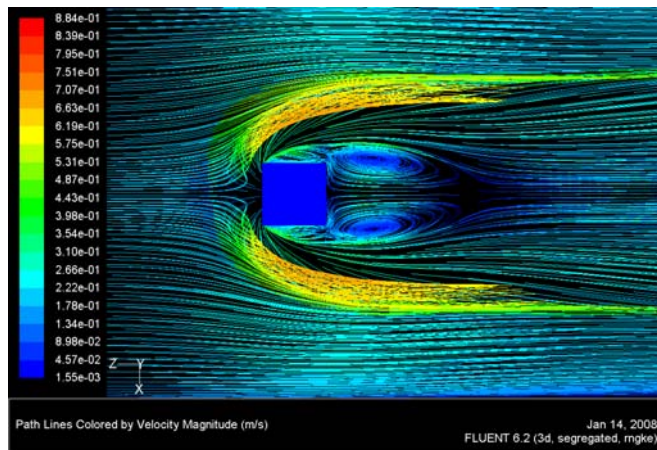
(e).



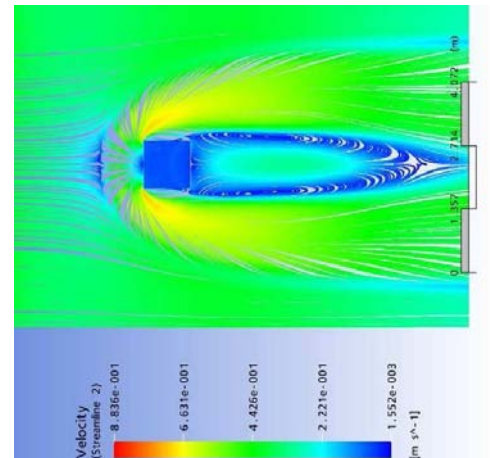
(f).

- Modelo RANS-RNG con un Re 40 000

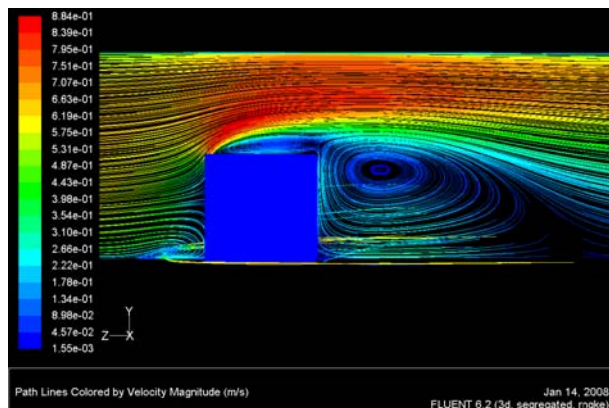
Figura 23. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 400 000 elementos con el modelo RANS-RNG y un Re 40 000. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.6$ respectivamente.



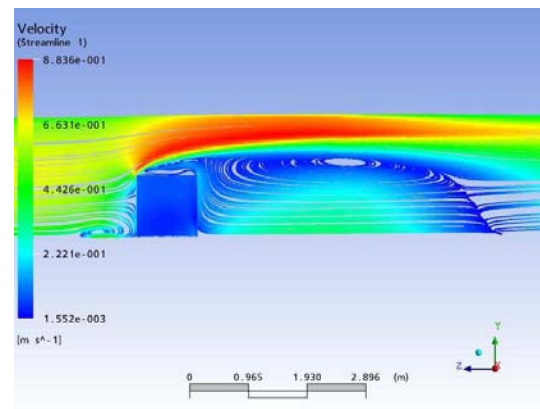
(a).



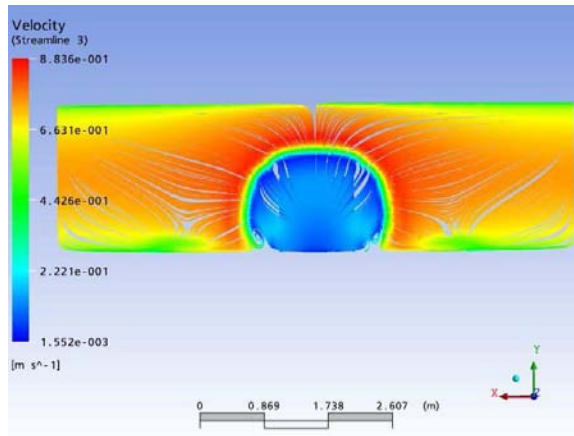
(b).



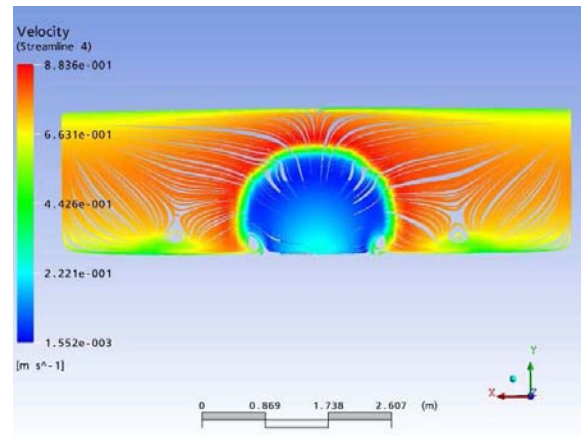
(c).



(d).



(e).

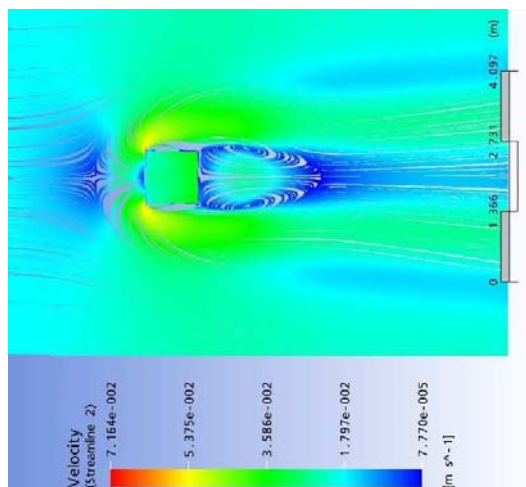


(f).

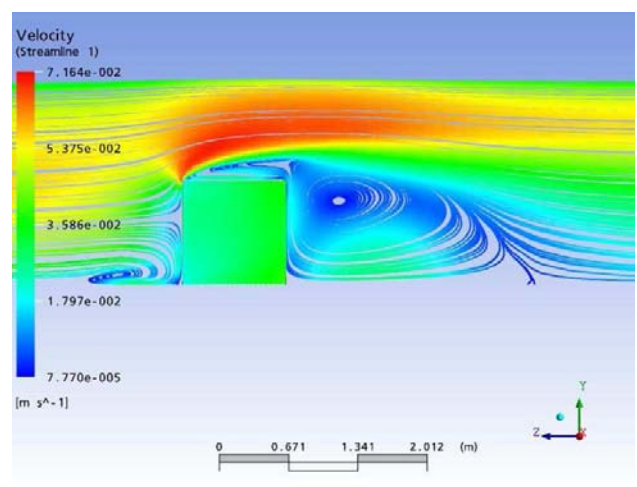
✓ **Malla 800.000 elementos hexaédricos.** Se presentan diferentes esquemas con distintos ordenes de exactitud para el modelo de turbulencia RANS-SST.

➤ Esquema de primer orden Upwind con un Re 3200

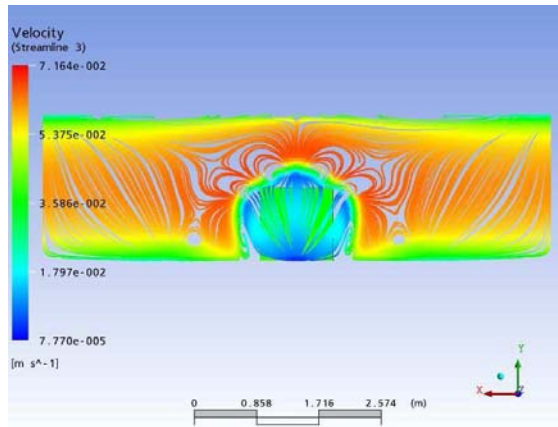
Figura 24. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 3200, con un esquema de primer orden Upwind. (a) en un plano paralelo (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (b) es un plano de simetría, y finalmente (c) y (d) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.2$ respectivamente.



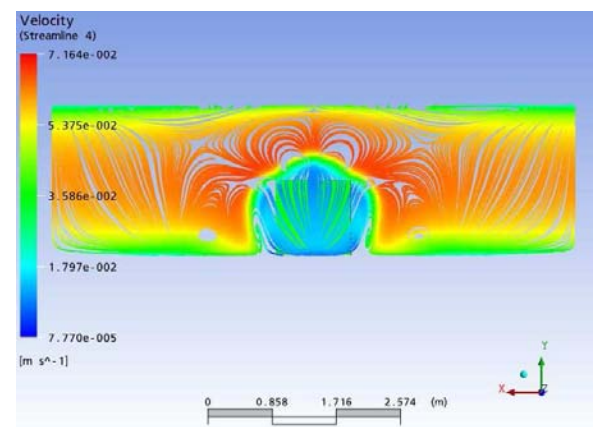
(a).



(b).



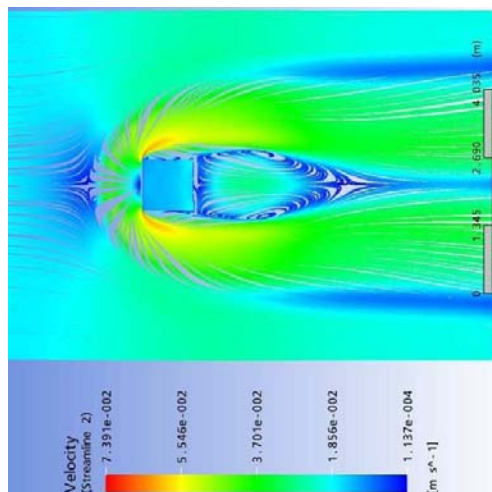
(c).



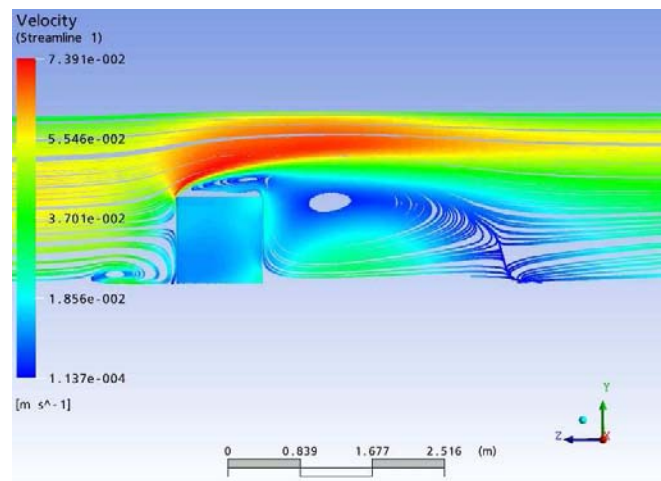
(d).

➤ Esquema de Segundo orden con un Re 3200

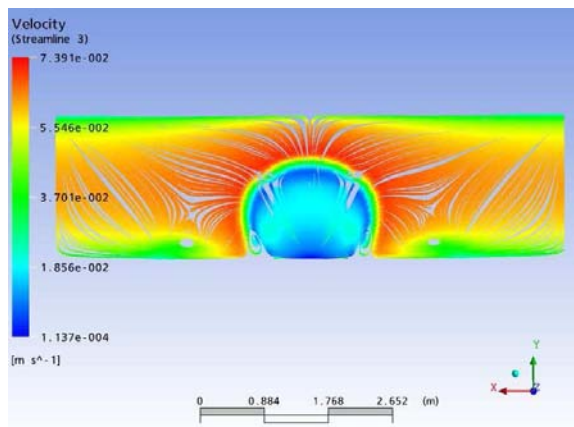
Figura 25. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 3200, con esquema de segundo orden Upwind. (a) es un plano paralelo (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (b) es un plano de simetría, y finalmente (c) y (d) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.3$ respectivamente.



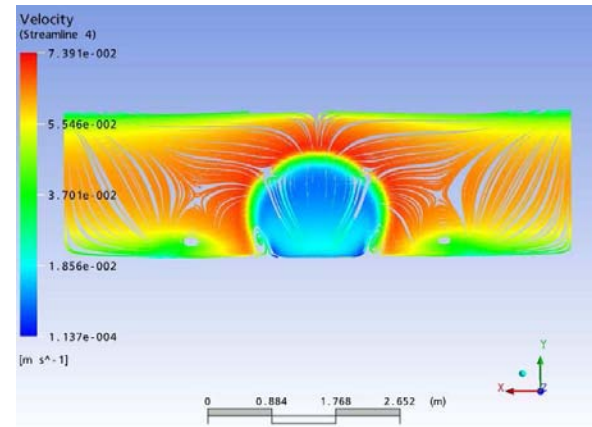
(a).



(b).



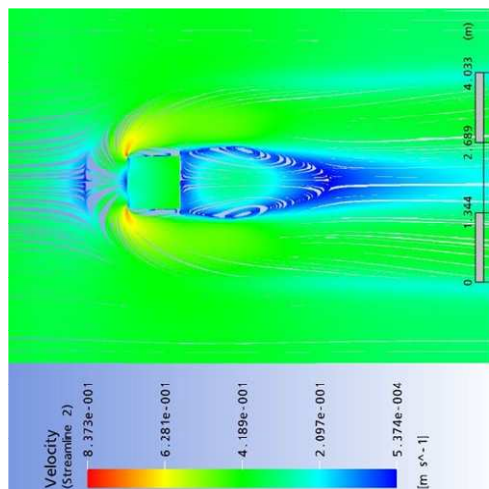
(c).



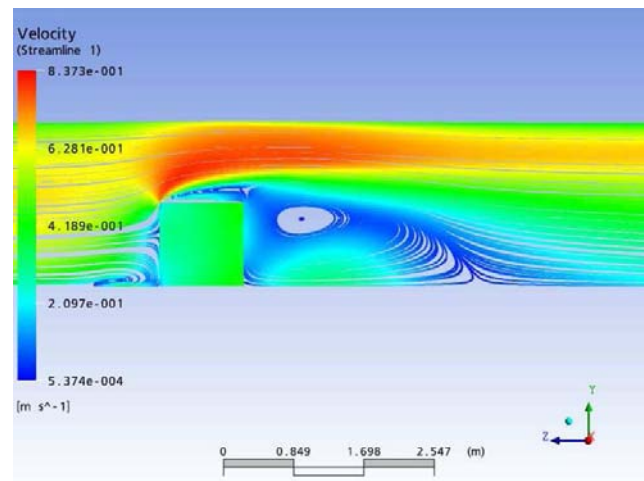
(d).

➤ Esquema de primer orden Upwind con un Re 40 000

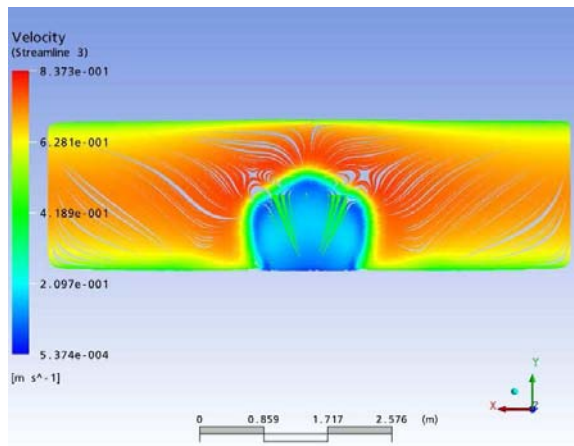
Figura 26. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000, con un esquema de primer orden Upwind. (a) es un plano paralelo (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (b) es un plano de simetría, y finalmente (c) y (d) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.5$ respectivamente.



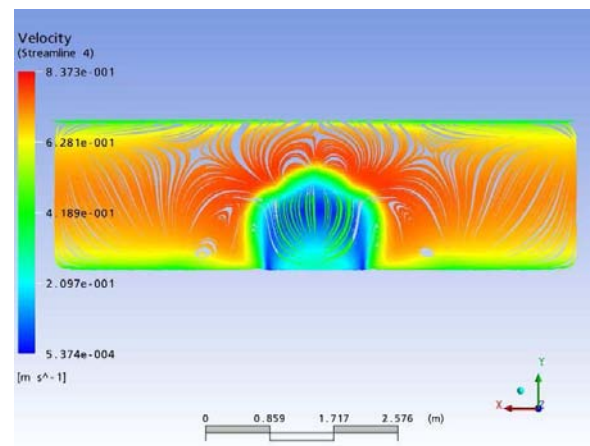
(a).



(b).



(c).

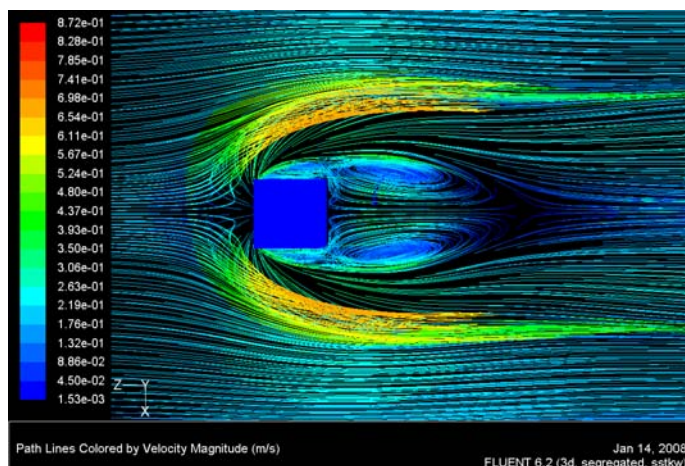


(d).

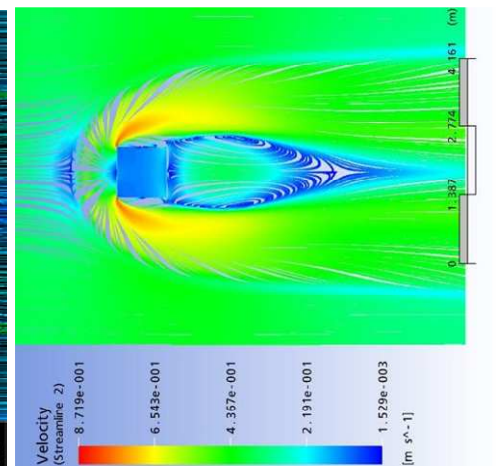
➤ **Esquema de Segundo orden Upwind con un Re 40 000.** Se presentan los distintos modelos de turbulencia utilizados.

- Modelo de turbulencia RANS-SST

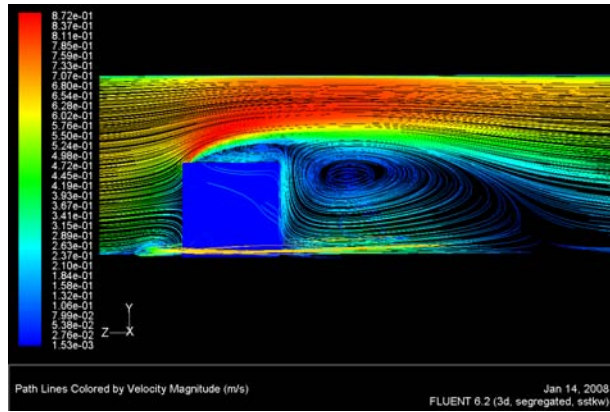
Figura 27. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-SST y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.3$ respectivamente.



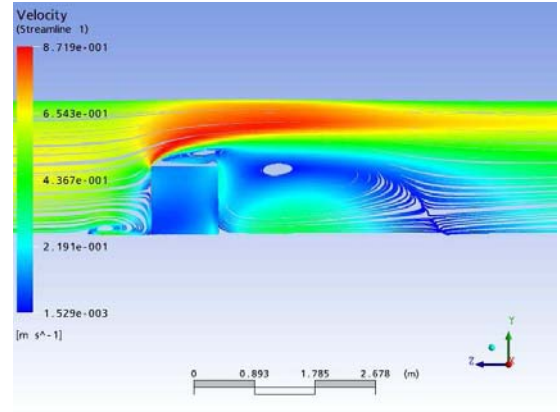
(a).



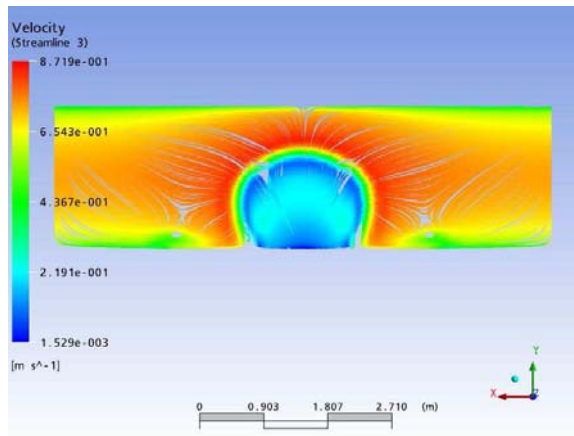
(b).



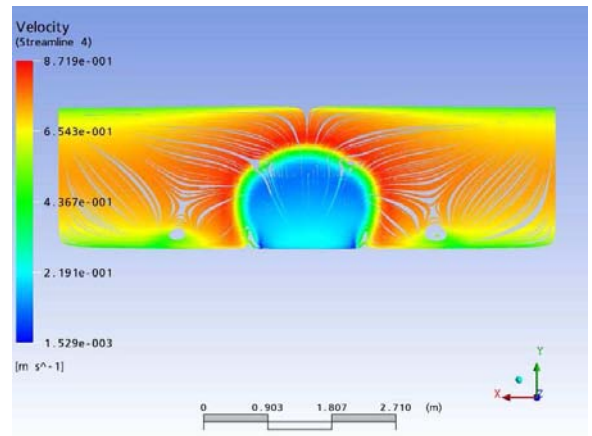
(c).



(d).



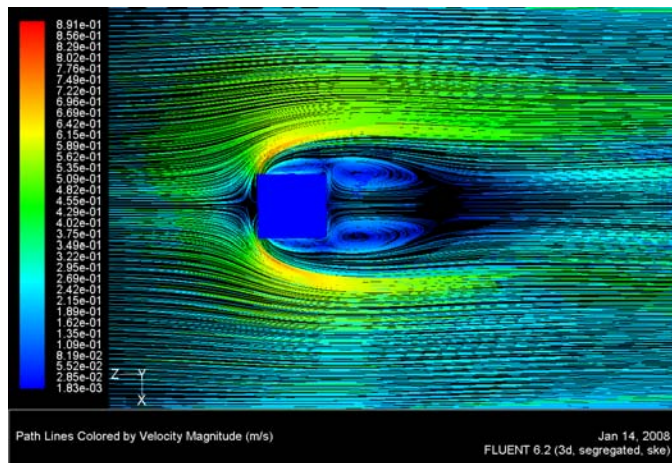
(e).



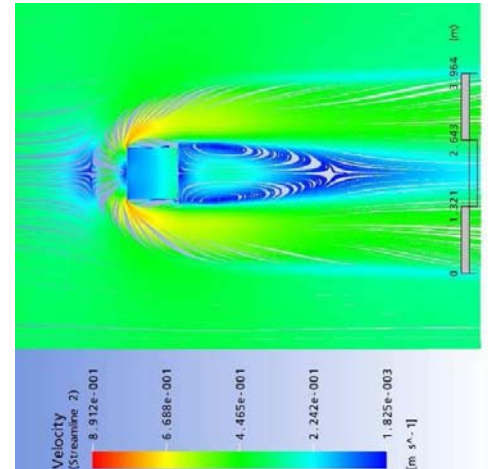
(f).

- Modelo de turbulencia RANS $k - \varepsilon$:

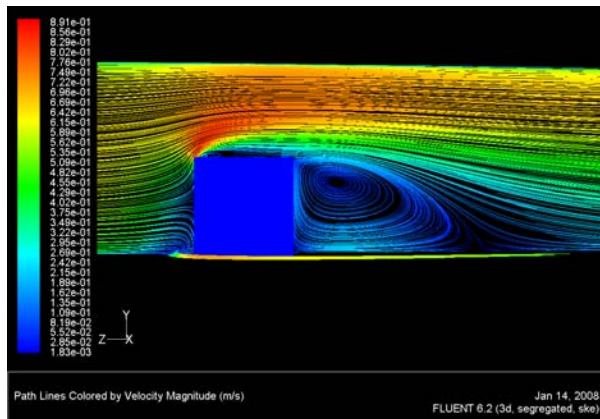
Figura 28. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS $k - \varepsilon$ y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.3$ respectivamente.



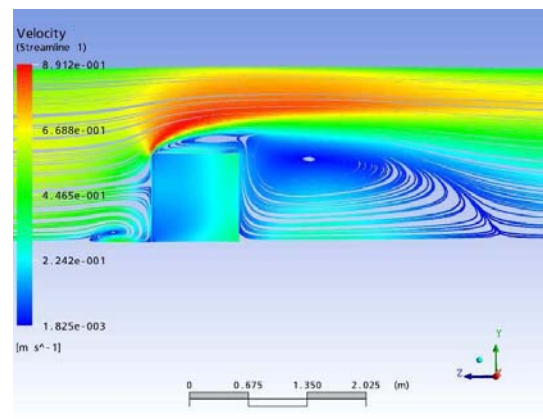
(a).



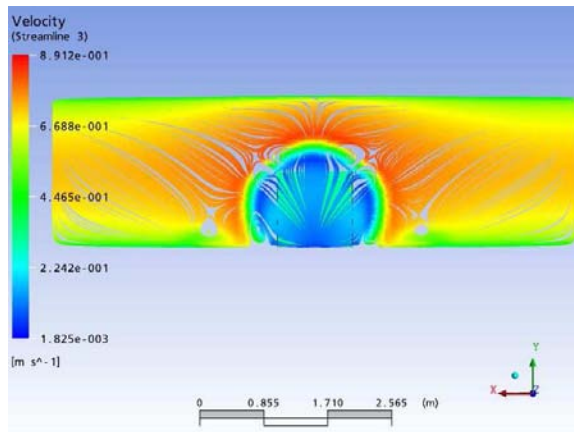
(b).



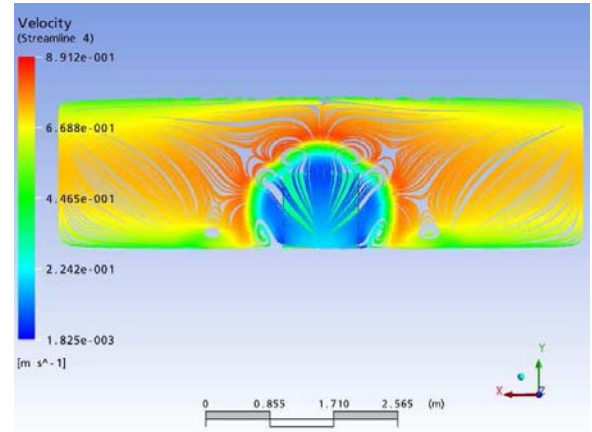
(c).



(d).



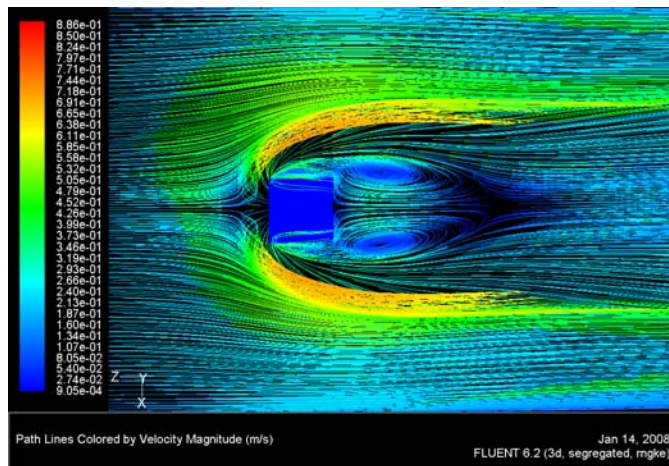
(e).



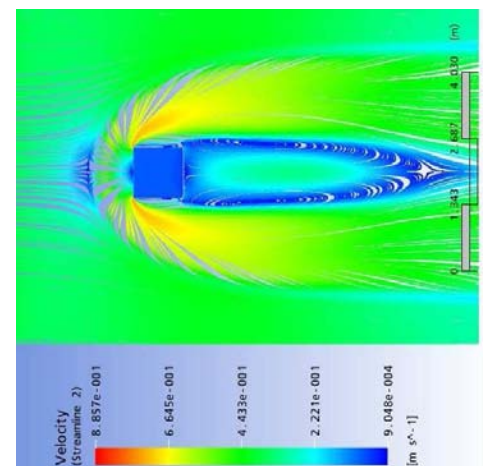
(f).

- Modelo de turbulencia RANS-RNG:

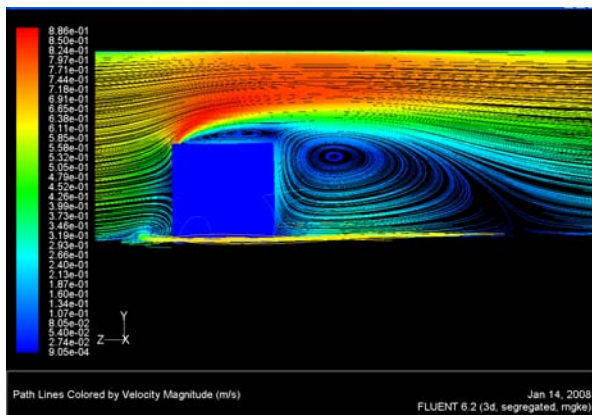
Figura 29. Líneas de corriente en tiempo promedio para una malla de 800 000 elementos con el modelo RANS-RNG y un Re 40 000, con un esquema de segundo orden Upwind. (a) y (b) son planos paralelos (x-y) por encima de suelo a $y = 0.01$ suelo. (c) y (d) son planos de simetría, y finalmente (e) y (f) son planos paralelos a la cara posterior de la caja a $z = 0.1$ y $z = 0.9$ respectivamente.



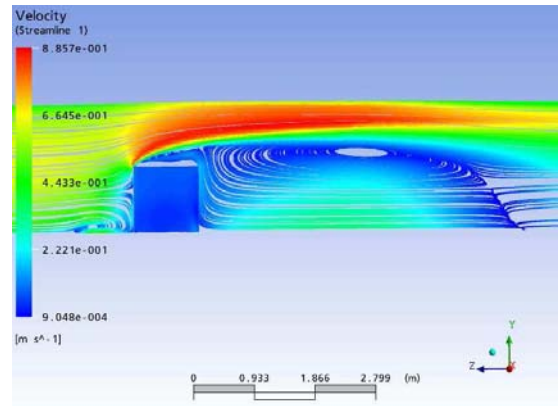
(a).



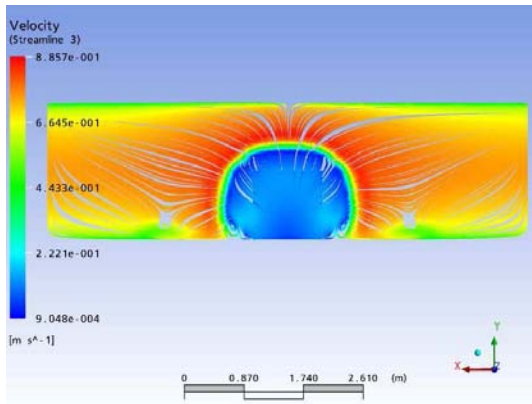
(b).



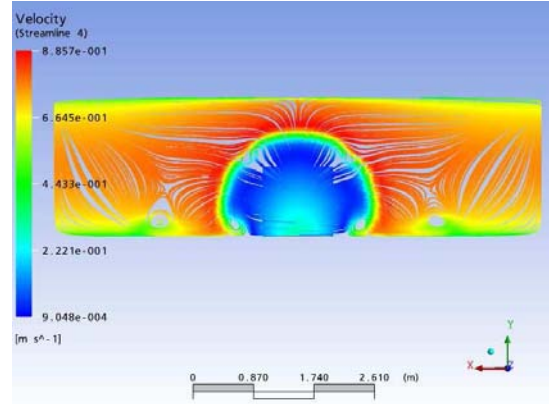
(c).



(d).



(e).



(f).

Figura 30. Estructura del vórtice tipo arco detrás de la caja.

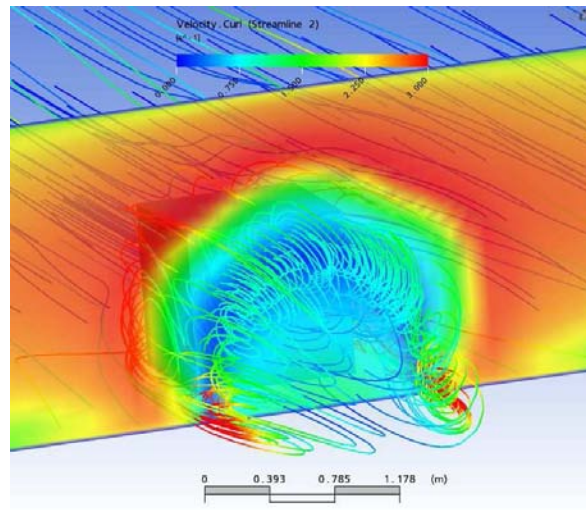


Figura 31. Malla 200 Elementos Hexaédricos

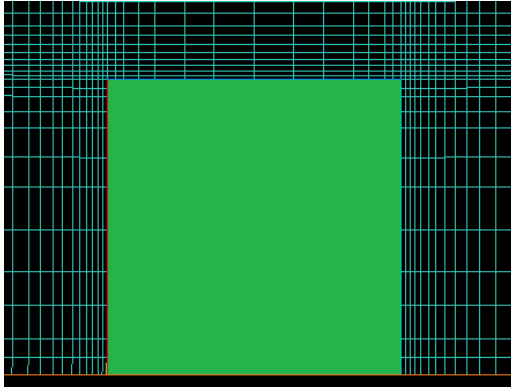


Figura 32. Malla 400 Elementos Hexaédricos

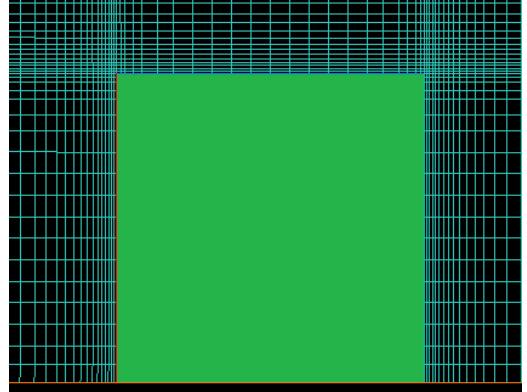
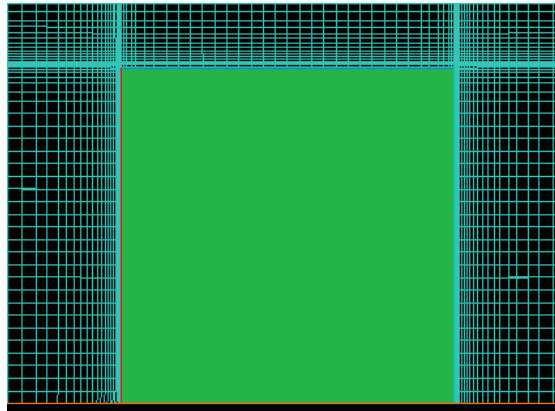


Figura 33. Malla 800 Elementos Hexaédricos



3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se muestran a continuación los resultados para un Re de 40 000 considerando mallas de diferente resolución con los modelos de turbulencia RANS-SST, RANS $k-\varepsilon$ y RANS-RNG. El número de elementos hexaédricos en las mallas utilizadas en las simulaciones es de 200 000, 400 000 y 800 000.

En las figuras 8-16 se muestran los perfiles de velocidad para los distintos modelos de turbulencia (SST, $k-\varepsilon$, RNG) con un número de Re de 40 000. En las figuras 8-16 (a) se muestran, en un plano $z = 2.68 H$ situado aguas arriba del cubo, los perfiles de velocidad calculados con Fluent y CFX para los tres modelos de turbulencia. Según se puede observar en esas gráficas los resultados

obtenidos en las tres mallas (200 000, 400 000, 800 000 elementos) son muy similares en valores cuantitativos a los valores experimentales y numéricos presentados en la literatura, según Shah ⁵.

En las figuras 8-16 b se presenta el plano $z = 3.5 H$ el cual se encuentra ubicado encima de la caja. En ellas se puede observar que el modelo SST tiene buen comportamiento incluso cerca de la pared superior de la caja para los tres tipos de mallas, esto es debido al uso del modelo $k - \omega$ en las cercanías de las paredes. Lo anterior es cierto tanto para Fluent como para CFX al comparar los resultados con los datos experimentales y numéricos de la literatura, según Shah ⁵. En el caso del modelo $k - \varepsilon$ en la zona cerca de la pared superior de la caja el perfil de velocidad de Fluent presenta cierta desviación respecto de los datos experimentales. El modelo RNG presenta un buen comportamiento debido a la modificación incorporada en la ecuación de la disipación que mejora el tratamiento en las cercanías de las paredes. Por ello, el modelo RNG implementado tanto en Fluent como en CFX presentan un comportamiento similar para el perfil de velocidad sobre la caja comparado con los datos experimentales y numéricos de la literatura, según Shah ⁵. La figuras 8-16 (c) presentan los perfiles de velocidad para los tres modelos de turbulencia y los tres tipos de mallas en un plano detrás de la caja ($z = 4.56 H$). Para el modelo RANS-SST se puede observar un pequeño retraso en la recuperación del flujo a una altura de más o menos 1.25m. El modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ presenta para ambos programas Fluent y CFX discrepancia en el perfil comparados con los de la literatura, según Shah ⁵, lo cual se atribuye a que el modelo $k - \varepsilon$ no incorpora un tratamiento preciso de la capa límite en las paredes. Para el modelo RNG se tiene un comportamiento de CFX alejado de la realidad ya que presenta una diferencia considerable en la no recuperación total del flujo a una altura de 1.25m de altura comparado con los otros modelos y datos experimentales; esto se atribuye a la implementación del modelo en el programa Ansys CFX. La gráfica 8 (d) muestra el perfil a la salida del canal ($z = 9 H$) donde se encuentra la mayor diferencia en el comportamiento del flujo real con el modelo RANS-SST de Fluent y CFX, a pesar que en esa zona no se requiere un refinamiento de la malla la discrepancia se debe a la no recuperación del flujo desprendido en las paredes de la caja. Sin embargo también cabe mencionar la diferencia que se presenta entre los programas CFX y Fluent con todos los modelos de turbulencia por lo que la razón básica subyace en la diferente implementación de la discretización de las ecuaciones en ambos programas.

Las figuras 23, 24, 25 muestran las líneas de corriente del comportamiento del flujo con un Re de 3200 con esquemas de primer orden y segundo orden Upwind; además se realiza la simulación con un esquema de primer orden Upwind para un Re 40 000 utilizando en todos los casos un modelo de turbulencia RANS-SST.

Las diferencias encontradas entre un Re 3200 y 40 000 en el comportamiento del flujo son relativamente pequeñas ya que se tiene una zona de recirculación detrás de la caja con un longitud alrededor de $3.2 H$ (figuras 23, 24, 25 (a)) sustancialmente mayor que la citada en la literatura de $1.65H$, según Shah ⁵ (sin embargo, de la inspección visual realizada por el autor de los resultados presentados en la literatura, según Shah ⁵, se dedujo una longitud ligeramente mayor, de $1.75 H$). En las figuras 23, 24, 25 (b) se puede observar como el centro de la zona de recirculación que se encuentra arriba de la caja esta desplazado hacia atrás. En las graficas 23, 24, 25 c y d) las estructuras promedio del flujo en la parte posterior de la caja presentan un comportamiento similar al de la literatura aunque no correcto cuantitativamente ya que los vórtices que se forman a los lados de la caja son muy débiles.

Las tablas 2 y 3 muestran las variaciones del coeficiente de resistencia y de sustentación de los modelos $k - \varepsilon$, RNG y SST con las simulaciones realizadas en cada una de la mallas dependiendo del programa utilizado, CFX o Fluent. Se muestran los resultados para un número de Reynolds de 40.000 con los distintos tipos de malla (200.000 elementos, 400.000 elementos, 800.000 elementos hexaédricos).

En la figura 17 (a) muestra como el coeficiente de sustentación es muy similar en las tres mallas para cada uno de los modelos de turbulencia considerados. Sin embargo, existe una dispersión apreciable de los resultados para C_L , el cual se sitúa entre 0.55 para el modelo RNG de CFX y 0.89 precisamente para el mismo modelo implementado en Fluent. En todos los casos los resultados proporcionados por Fluent son mayores que los obtenidos en CFX.

El coeficiente de resistencia se presenta en la figura 17 (b). Se puede observar como en todos los casos éste aumenta con la resolución de la malla, excepto para el modelo SST de Fluent en el que se mantiene constante. Además, los modelos de turbulencia en CFX presentan una dispersión de valores para C_D entre 1.24 y 1.44, mientras que en Fluent todos los valores son similares, entre 1.55 y 1.6, el cual es un valor cercano al coeficiente de resistencia para una geometría no perfilada (como es el caso de un cubo) el cual se sitúa alrededor de $C_D = 1.5$, según White ³. Basados en este dato se puede afirmar que los resultados obtenidos por Fluent son más confiables que los de CFX.

En la tabla 4 se muestra el coeficiente de resistencia y de sustentación para un Re 3200 en una malla de 800 000 elementos, los cuales son muy bajos teniendo en

cuenta la velocidad del flujo. Este número de Reynolds se probó para un esquema de primer orden Upwind así como también para un esquema de segundo orden Upwind. Se observan diferencias entre sus valores cuantitativos, con lo cual se concluye que con un esquema de segundo orden se obtiene un mayor grado de exactitud en la solución.

En las figuras 18-29 (a y b) se muestran las líneas de corriente alrededor de la caja utilizando los diferentes modelos de turbulencia y la comparación entre los programas CFX y Fluent. Las figuras (a) y (b) son planos paralelos al suelo ($y = 0.01$) y muestran los vórtices que se forman detrás de la caja los cuales son simétricos. Las líneas de corriente en este plano se pueden ver como una proyección de las líneas formadas justo por encima de las que se encuentran adheridas al suelo de canal reflejando la complejidad del flujo en 3D. El primer punto de separación para todos los modelos RANS se midió y arrojó un valor de 1 H comparado con el citado en la literatura de 1.05H, según Shah ⁵. La separación del flujo alrededor de la caja genera un fuerte vórtice de herradura. El flujo en las paredes laterales de la caja presenta un carácter recirculatorio. Para el modelo RNG en los tres tipos de mallas se midió la longitud de la zona de recirculación detrás de la caja y dio un valor de 5 H para el programa CFX mientras que para Fluent es de 2.4 H, los cuales son valores altos comparados con el de la literatura de 1.65H, según Shah ⁵ (o 1.75 según la revisión comentada por el autor). La longitud de recirculación en el modelo $k - \varepsilon$ es de 3 H para CFX y de 1.8 H para Fluent, la cual es muy cercana a la real. La longitud mencionada para el modelo SST es de 3.4 H para CFX y para Fluent es de 2.6 H. Aunque la longitud predicha por el modelo $k - \varepsilon$ de Fluent es la más cercana a la de la literatura, éste modelo predice que el vórtice formado en la parte superior del cubo tiene una longitud inferior al lado de la caja, característica que no es cierta en la realidad y que tampoco se encuentra en los resultados de los otros modelos de turbulencia, tanto en Fluent como en CFX. La diferencia encontrada con los datos de la literatura ⁵ se atribuye a un refinamiento insuficiente de la malla en la parte posterior de la caja lo cual evita que los vórtices se describan con exactitud. Sin embargo, cabe notar que Easom ⁶(2000) tampoco pudo encontrar un buen acuerdo de ningún modelo de turbulencia clásico con sus propias medidas en el flujo alrededor de un cubo a escala real, por lo que las discrepancias notadas quizás sean deficiencias estructurales de dichos modelos de turbulencia.

El primer punto de estancamiento delante de la caja donde ocurre la separación y el punto detrás de la caja donde el flujo se vuelve a unir se conocen como puntos singulares (o de cero fricción). En la parte posterior de la caja las líneas de corriente de la recirculación corresponde a un vórtice tipo arco figura 30. El vórtice tipo arco formado es debido a la cuasi-periodicidad de los vórtices que se

⁶ EASON, G. Improved Turbulence Models for Computational Wind Engineering. Nottingham, 2000. p. 128. Ph.D. Thesis. University of Nottingham. School of Civil Engineering.

desprenden de las esquinas de la caja. Los vórtices que se encuentran en el suelo detrás de la caja se encuentran conectados de forma elíptica. Las imágenes (c) y (d) muestran una comparación de las líneas de corriente promedio en un plano de simetría. El centro de la recirculación que está ubicado encima de la caja se encuentra desplazado hacia atrás en todos los modelos (SST, $k-\varepsilon$, RNG) y los tres tipos de malla. El centro de la zona de recirculación posterior en todos los modelos y los tres tipos de malla se encuentra a la altura de la caja $1 H$, y es en este centro donde encontramos el punto más alto del vórtice tipo arco, figura 30. En las imágenes (e) y (f) se muestran el comportamiento del flujo y se visualizan las estructuras del vórtice tipo herradura en planos paralelos a la cara posterior del cubo. El vórtice se forma debido a la deflexión del flujo y su centro se mueve desde aguas arriba en dirección aguas abajo. Este vórtice tipo herradura cubre una extensa capa de fricción y de mezcla. Este vórtice es de suma importancia ya que afecta la región de los lados de la caja y dependiendo de la orientación relativa al flujo puede intensificar las fuerzas fluctuantes laterales sobre la caja.

Se observan grandes fluctuaciones en esta región las cuales contribuyen a la disipación. El flujo oscila entre dos estados, los cuales se caracterizan por las diferentes ubicaciones de los vórtices.

La fuerza de resistencia sobre la caja es debida a la diferencia de presión entre la cara frontal y la posterior; análogamente la fuerza de sustentación se presenta por la depresión sobre la cara superior de la caja, manifestada por la presencia de un vórtice. Dado que existe una recirculación del flujo en las caras laterales y superior de la caja, la fuerza viscosa es pequeña y negativa.

3.6 CONCLUSIONES

Se han mostrado las simulaciones con los distintos modelos de turbulencia RANS-SST, RANS- $k-\varepsilon$, RANS-RNG, y se ha comprobado la complejidad de trabajar bajo la hipótesis de flujo estacionario en 3D alrededor de un "bluff body", ya que éste en realidad es cuasi-periódico. En general se han encontrado discrepancias apreciables en los resultados obtenidos no solo con los diferentes modelos de turbulencia sino también con las implementaciones de CFX y Fluent. Sin embargo, Fluent proporciona valores de coeficiente de resistencia sobre la caja más cercanos a los encontrados en la literatura y además la longitud de la zona de recirculación en la parte posterior de la caja es más corta y realista que la obtenida mediante CFX. Atendiendo a estos resultados se podría decir que Fluent presenta resultados más confiables que CFX. En cuanto a los modelos de turbulencia de Fluent, el que presenta la zona de recirculación más corta conjugada con una

estructura cualitativamente correcta del flujo es el RNG, apreciación que coincide con la realizada por Easom (2000) ⁶.

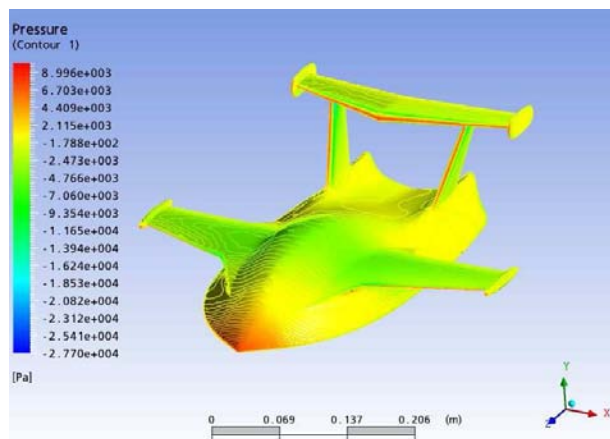
4. FLUJO ALREDEDOR DE UN AERODESLIZADOR (AEROBOAT).

El flujo alrededor de geometrías aerodinámicas es el principal objetivo de estudio, tanto experimental como numéricamente, de la aerodinámica ya que permite optimizar el diseño para lograr un mejor desempeño aerodinámico. Para el análisis aerodinámico del aerodeslizador (figura 36.) el trabajo se centra básicamente en la aplicación de dos modelos de turbulencia en estado estacionario. La aplicación de dichos modelos de turbulencia se realizará con distintos números de Reynolds (Re 100.000, Re 500.000, Re 1.000.000), con el fin de analizar las distintas condiciones de flujo sobre el aerodeslizador. En la figura 34 se muestra un claro ejemplo del contorno de presión para un número de Re 1 000 000.

En la primera parte se realiza la simulación con los modelos de turbulencia SST y $k-\varepsilon$ sobre el aerodeslizador con una capa de primas sobre la superficie (figura 52 (a)). Estas simulaciones se realizarán con distintos números de Reynolds (Re 100 000, Re 500 000, Re 1 000 000) con el objetivo de analizar y comparar el comportamiento del flujo, coeficiente de sustentación y de resistencia sobre el aerodeslizador con los programas Ansys CFX y Fluent.

La segunda parte realiza la simulación pero sin la capa de prismas (figura 52 (b)) sobre el aerodeslizador analizando las diferencias surgidas en los resultados. Las simulaciones también se realizarán con los modelos de turbulencia RANS-SST y RANS $k-\varepsilon$ con números de Reynolds (100 000, 500 000, 1 000 000) también en CFX y Fluent.

Figura 34. Contorno de presión para un número de Re 1 000 000



4.1 NUMERO DE REYNOLDS PARA EL AERODESLIZADOR.

El número de Reynolds para el flujo alrededor de un aerodeslizador o aeronave se escribe en la forma:

$$Re = \frac{u.L_c}{\nu} \quad (4.1)$$

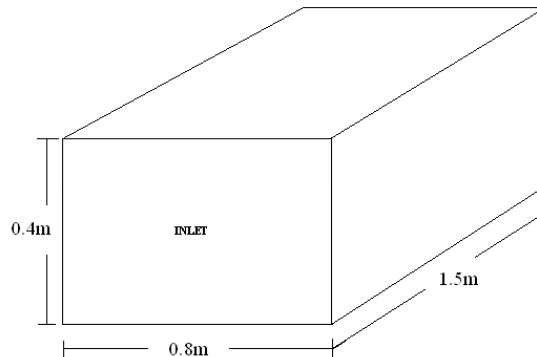
donde u , es a velocidad promedio del flujo, L_c es la longitud característica del aerodeslizador y ν es la viscosidad cinemática del flujo. La longitud característica se define para un cuerpo aerodinámico como la raíz cuadrada del área frontal enfrentada al flujo, según McBeath⁴.

4.2 SIMULACION NUMÉRICA DEL AERODESLIZADOR.

Para la simulación aerodinámica del aerodeslizador se han escogido los modelos de turbulencia SST y $k-\varepsilon$, los cuales han sido seleccionados para comparar la diferencia entre ambos programas en el tratamiento de este problema para diferentes números de Reynolds (Re 100 000, 500 000, 1 000 000). Los resultados de los contornos de presión y velocidad se exponen para ser comparados cualitativa y cuantitativamente entre ambos programas.

4.2.1 Dominio Computacional. El dominio computacional consiste en caja con el aerodeslizador montado en voladizo a 10% de la entrada con el objeto de que el flujo logre desarrollarse lo suficiente antes de abandonar el dominio computacional. La altura de la caja es de 0.4 m, la separación entre las paredes laterales es 0.8 m y su longitud es de 1.5 m.

Figura 35. Geometría computacional.



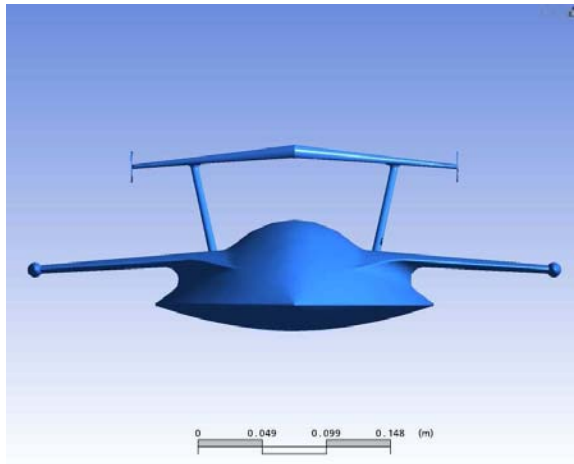
4.2.2 Condiciones de frontera. A la entrada del dominio computacional se coloca una condición de entrada de flujo uniforme (inflow). La condición de frontera de las paredes laterales también se especifica como entrada ya que se encuentran suficientemente lejos del aerodeslizador como para considerarse en la zona de flujo libre. La condición de la cara superior e inferior se especifican como entradas de flujo por la misma razón. La condición de frontera para la superficie del aerodeslizador es una pared sin deslizamiento (Wall-No slip) y la salida de la caja es una condición de presión de salida (opening) donde se fija el valor de la presión de 0 Pa como presión de referencia.

4.2.3 Enmallado. Para la simulación se emplearán dos tipos de mallas, la primera es una malla no estructurada de tetraedros con una capa de prismas sobre la superficie del aerodeslizador para garantizar la resolución de la capa límite (1.119.000 elementos). El segundo tipo de malla será una malla no estructurada con tetraedros únicamente (1.400.000 elementos). Para la elaboración de esta malla se deben refinar algunas zonas del aerodeslizador para resolver bien la geometría. Para la simulación se emplearán distintos números de Re (100 000, 500 000, 1 000 000) y dos modelos de turbulencia. La malla no estructurada de tetraedros con capa de prismas y sin capa de prismas será la misma a utilizar en los programas CFX y Fluent.

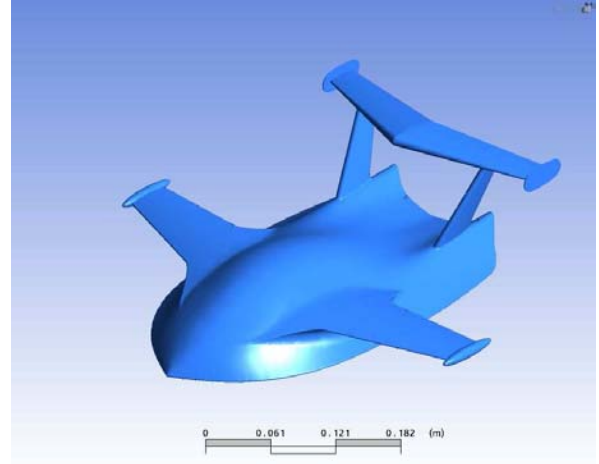
4.2.4 Discretización. Para la discretización de las ecuaciones de la sección (2.1.1) y (2.2) CFX utiliza un esquema de advección de factor de mezcla (blend factor) con un valor de 1 para garantizar que la discretización de las ecuaciones es de segundo orden de exactitud. El esquema de discretización de las ecuaciones en el programa Fluent es de segundo orden Upwind.

4.2.5 Geometría Aerodeslizador

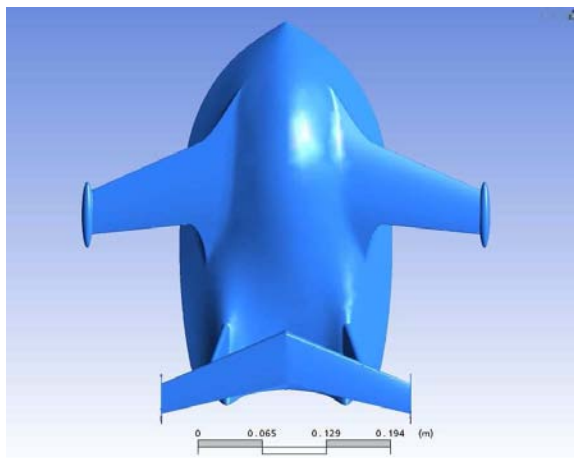
Figura 36. Geometría del aerodeslizador. (a) vista frontal. (b) Vista isométrica. (c) Vista superior. (d) vista lateral.



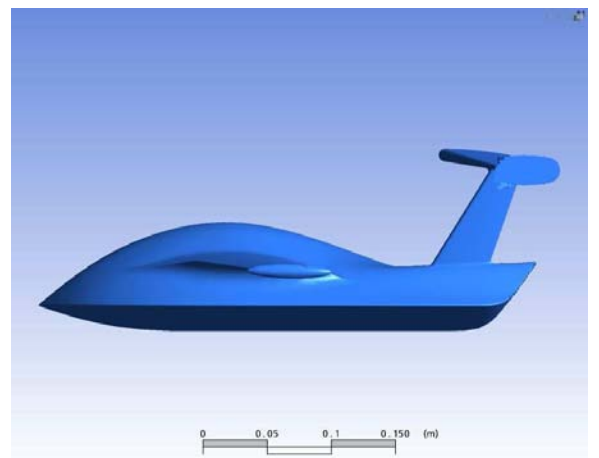
(a).



(b).



(c).



(d).

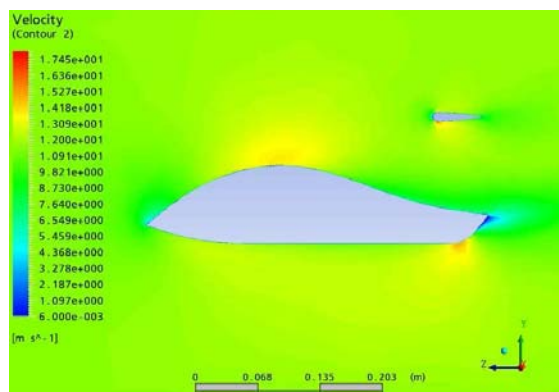
4.3 RESULTADOS DE LA SIMULACION

4.3.1 Con capa de Prismas

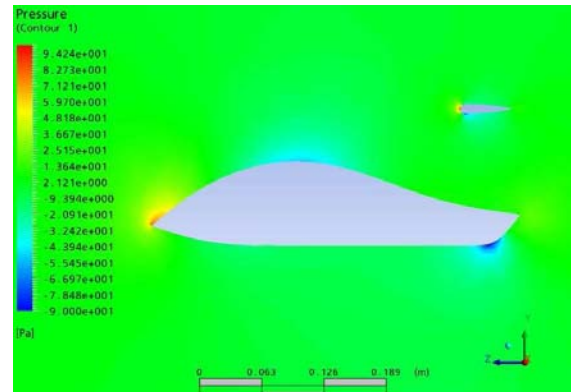
✓ **Modelo RANS-SST.** Se presentan los distintos números de Reynolds utilizados en las simulaciones.

➤ Reynolds 100.000

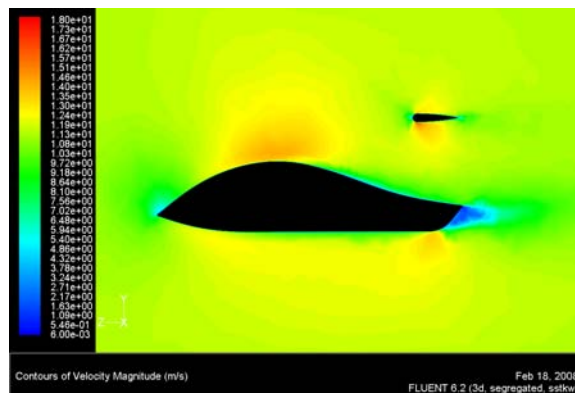
Figura 37. Contornos con capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



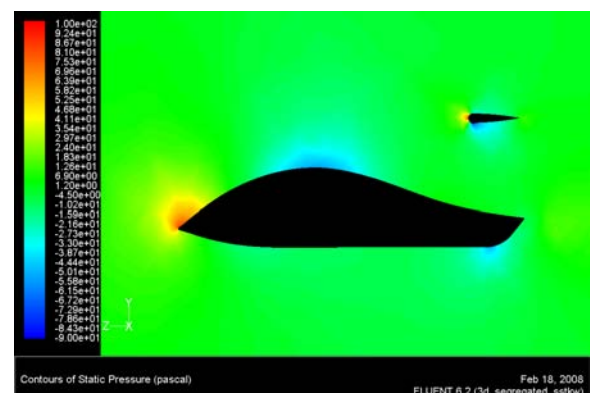
(a).



(b).



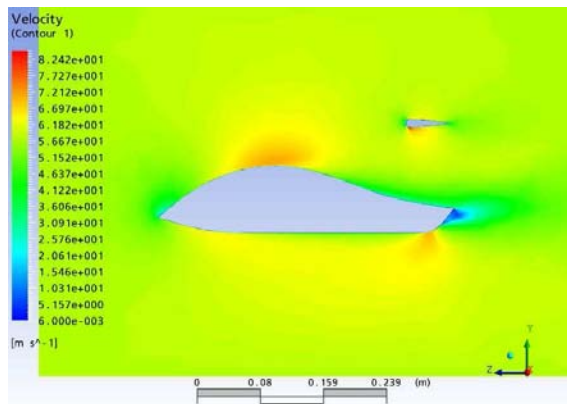
(c).



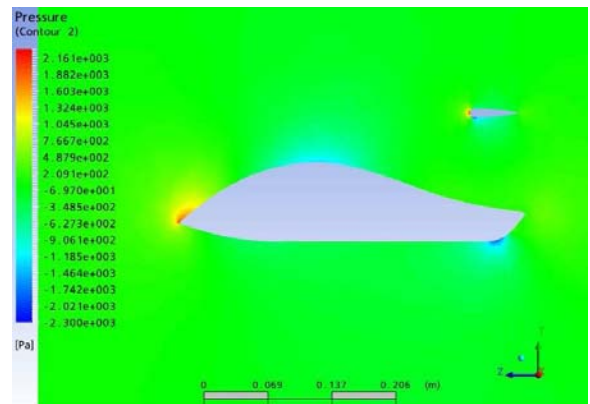
(d).

➤ Reynolds 500.000

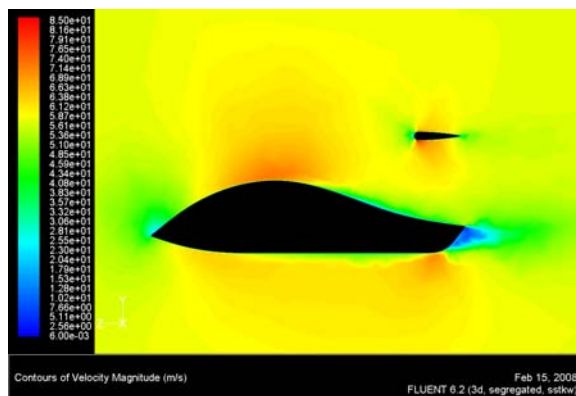
Figura 38. Contornos con capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



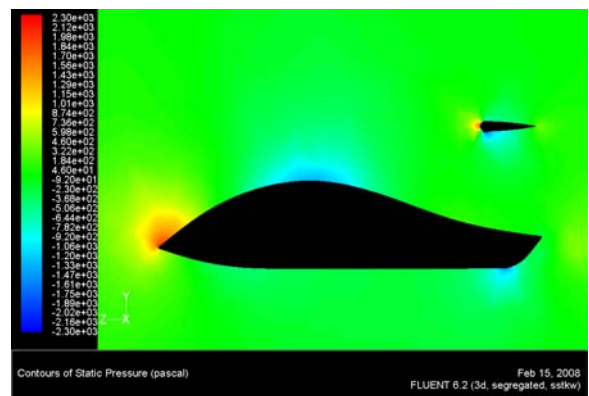
(a).



(b).



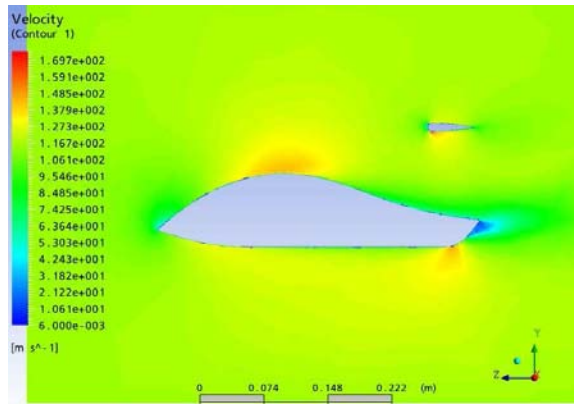
(c).



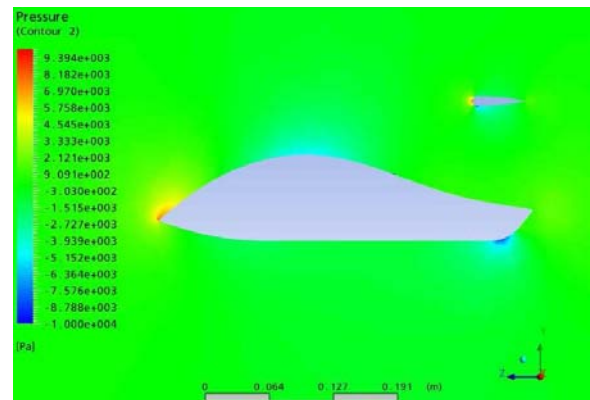
(d).

➤ Reynolds 1.000.000

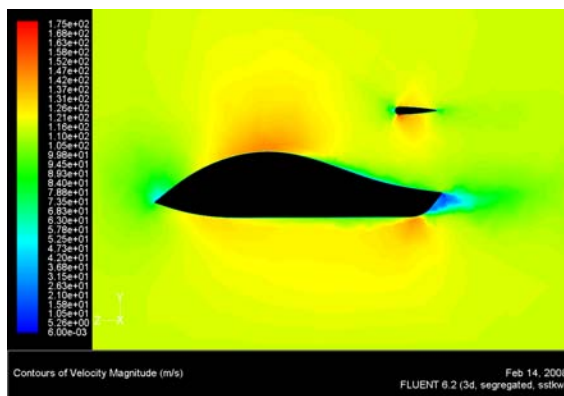
Figura 39. Contornos con capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



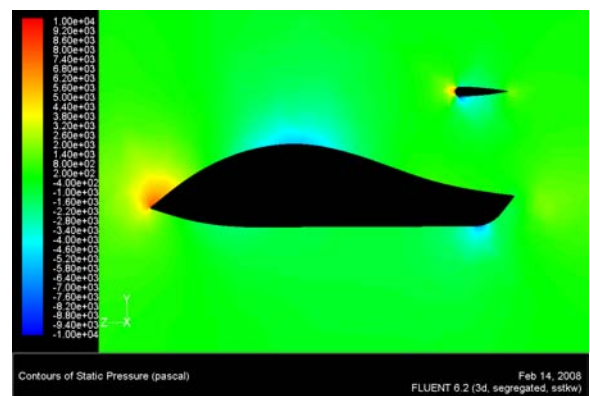
(a).



(b).



(c).

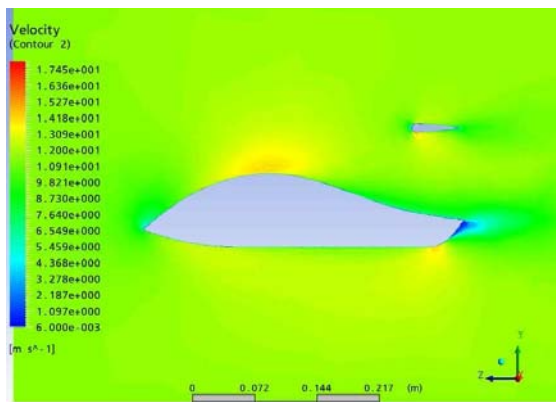


(d).

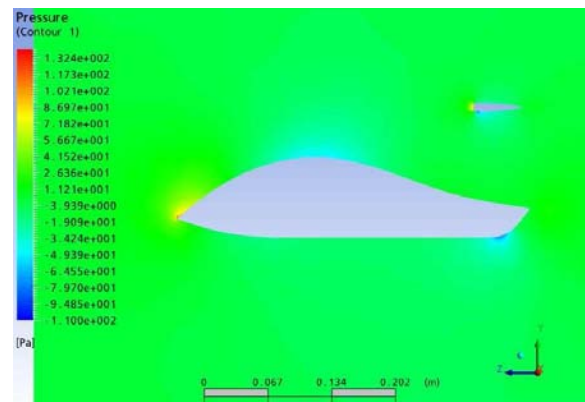
✓ **Modelo RANS $k - \varepsilon$** . Se presentan los distintos números de Reynolds utilizados en las simulaciones.

➤ Reynolds 100.000

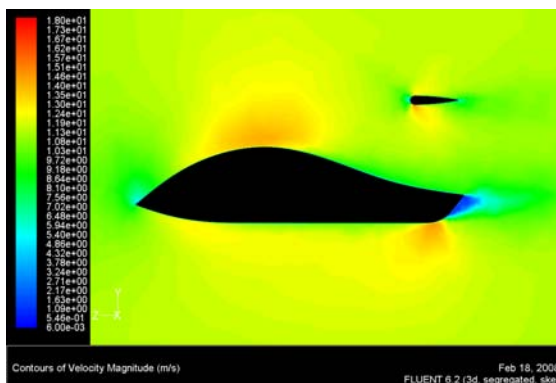
Figura 40. Contornos con capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



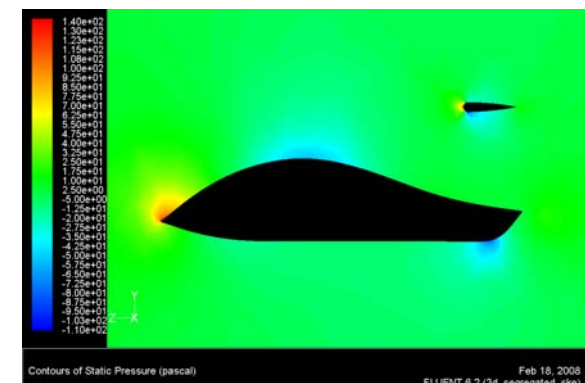
(a).



(b).



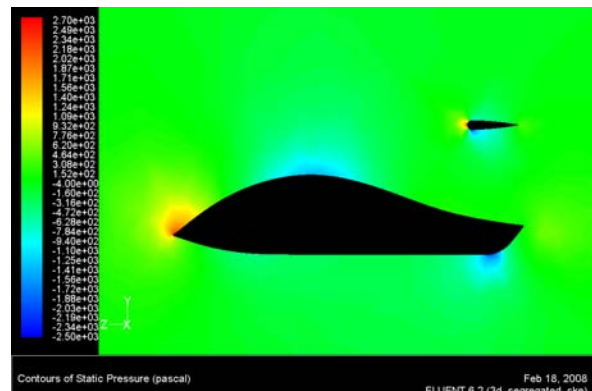
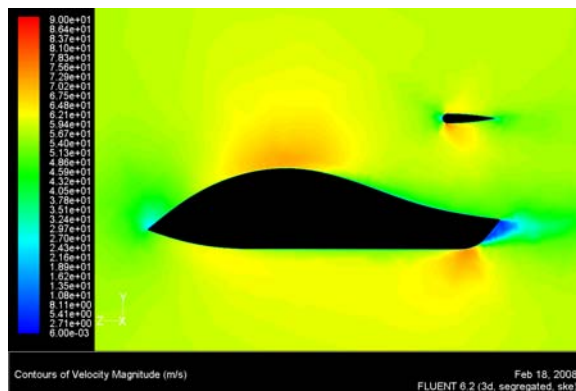
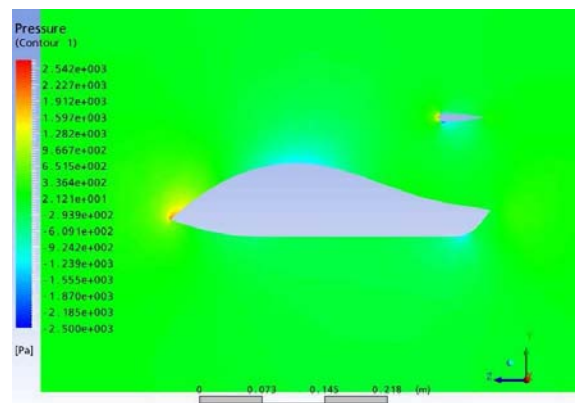
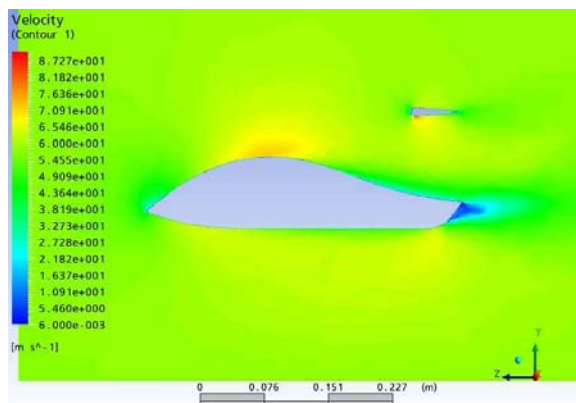
(c).



(d).

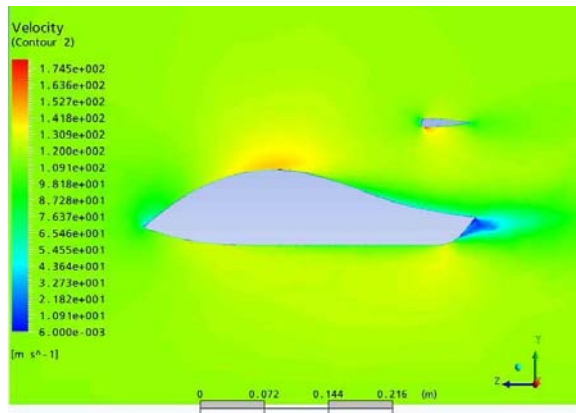
➤ Reynolds 500.000

Figura 41. Contornos con capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.

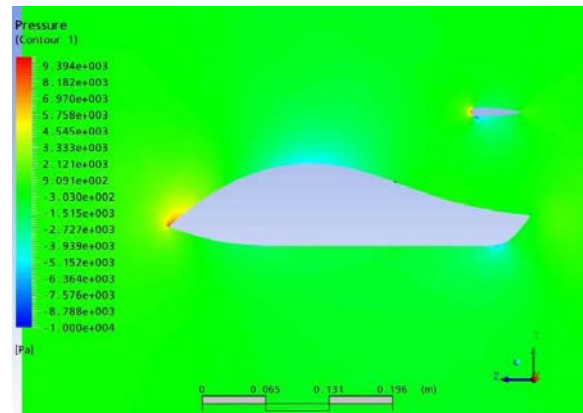


➤ Reynolds 1.000.000

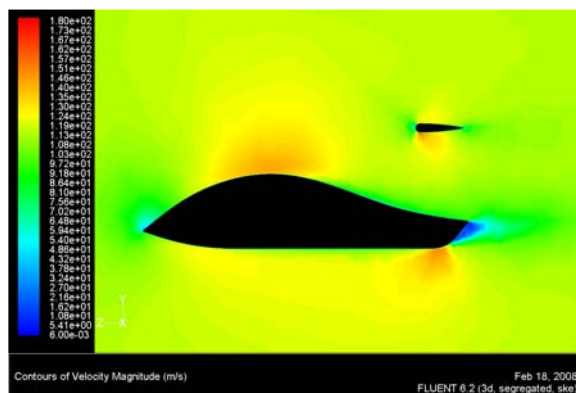
Figura 42. Contornos con capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



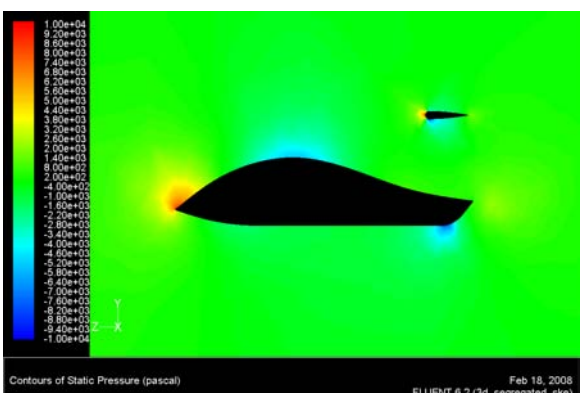
(a).



(b).



(c).



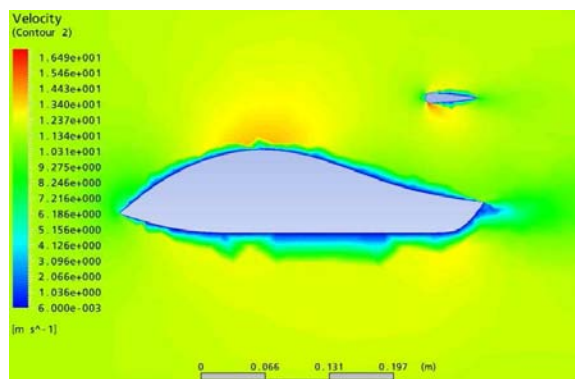
(d).

4.3.2 Sin capa de primas

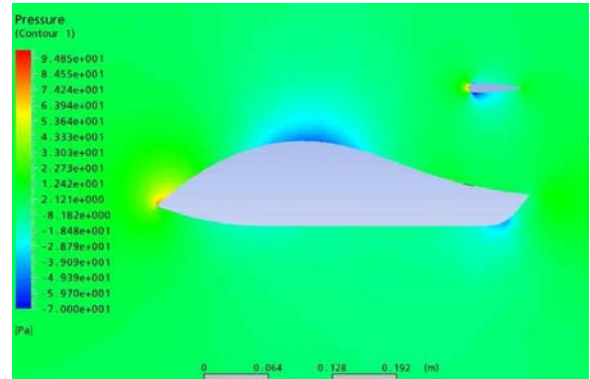
✓ **Modelo RANS-SST.** Se presentan los distintos números de Reynolds utilizados en las simulaciones.

➤ Reynolds 100.000

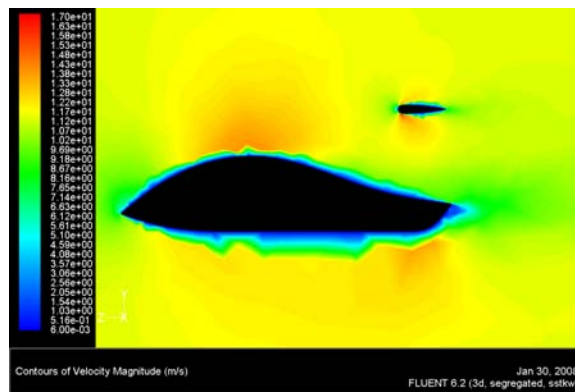
Figura 43. Contornos sin capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



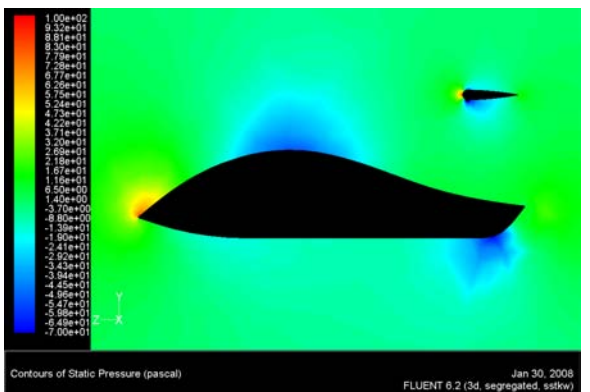
(a).



(b).



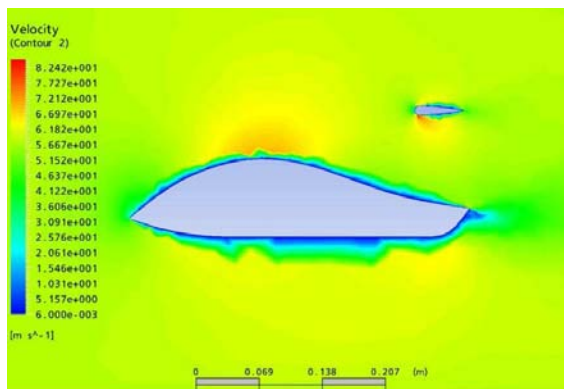
(c).



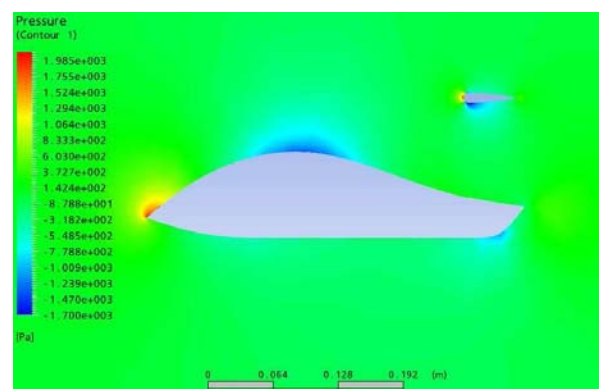
(d).

➤ Reynolds 500.000

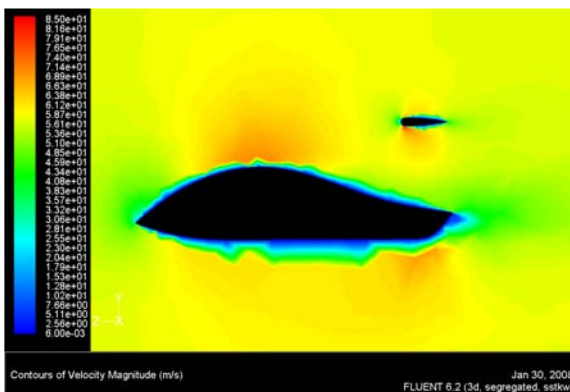
Figura 44. Contornos sin capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



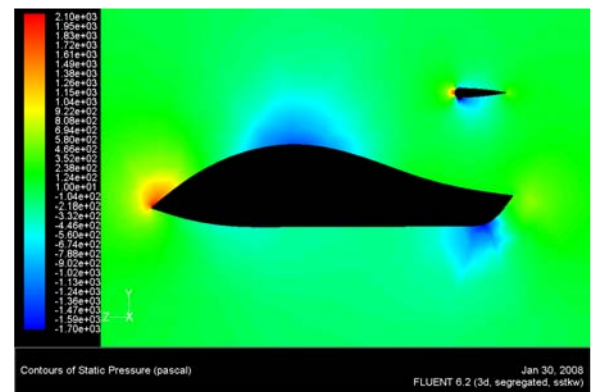
(a).



(b).



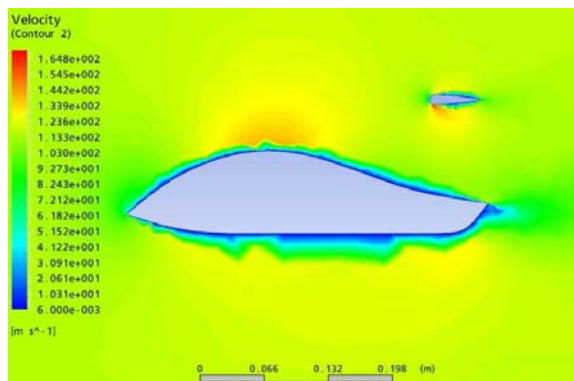
(c).



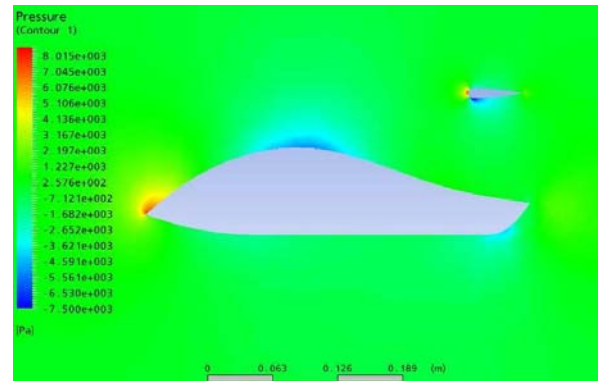
(d).

➤ Reynolds 1.000.000

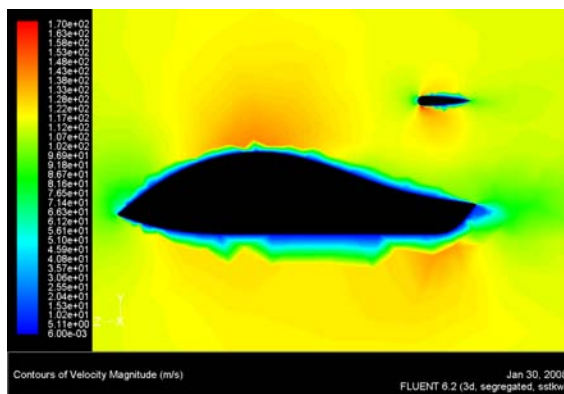
Figura 45. Contornos sin capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS-SST. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



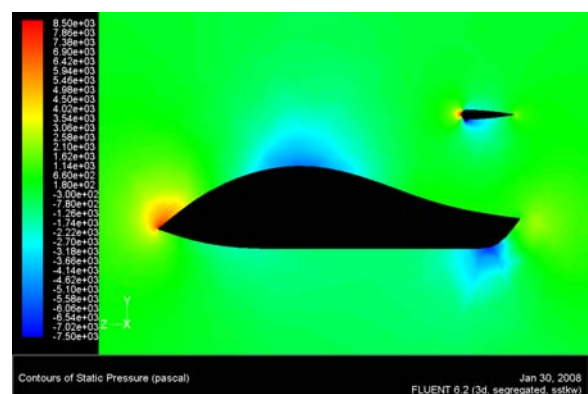
(a).



(b).



(c).

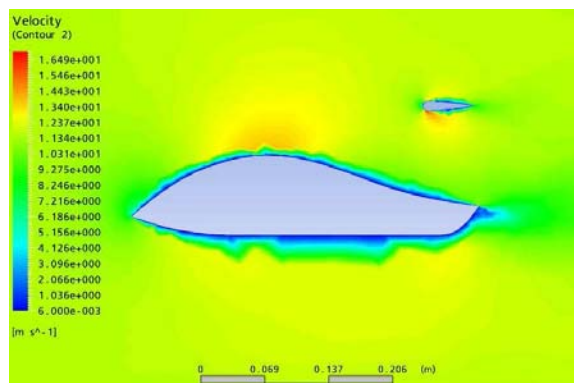


(d).

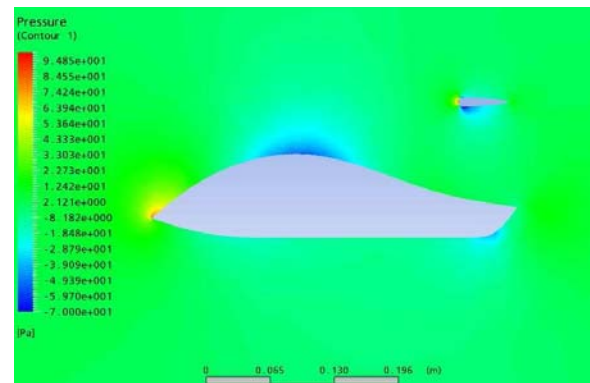
✓ **Modelo RANS $k - \varepsilon$** . Se presentan los distintos números de Reynolds utilizados en las simulaciones.

➤ Reynolds 100.000

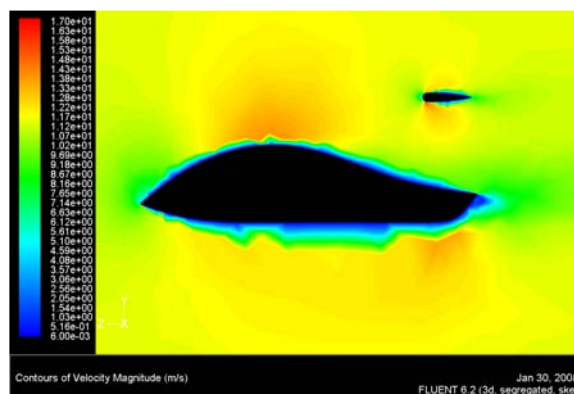
Figura 46. Contornos sin capa de prismas con un Re 100 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



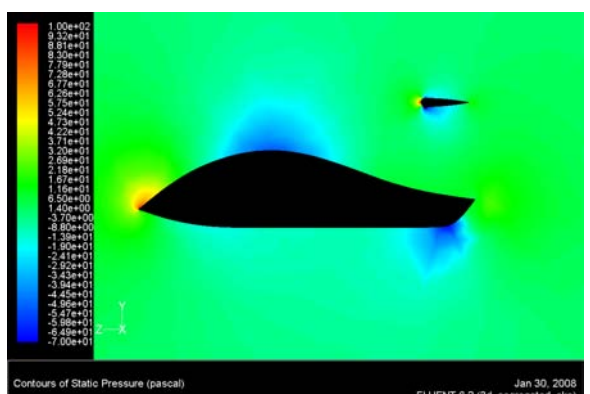
(a).



(b).



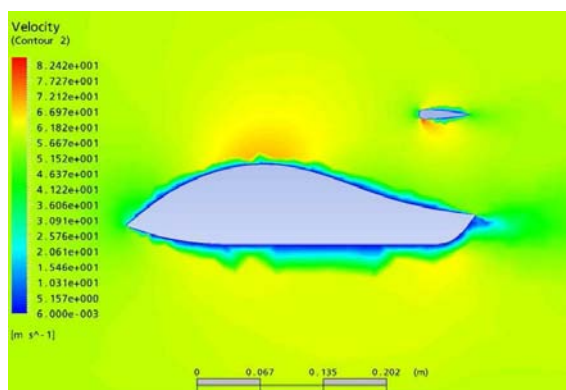
(c).



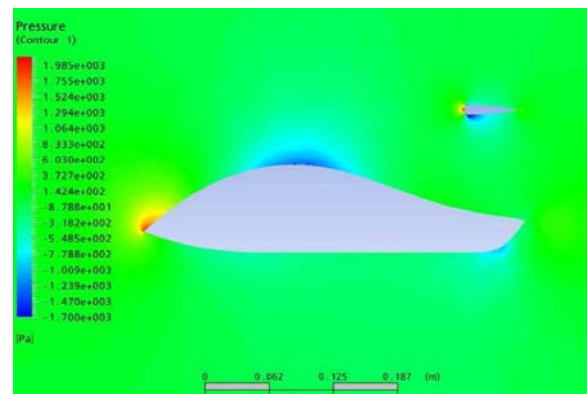
(d).

➤ Reynolds 500 000

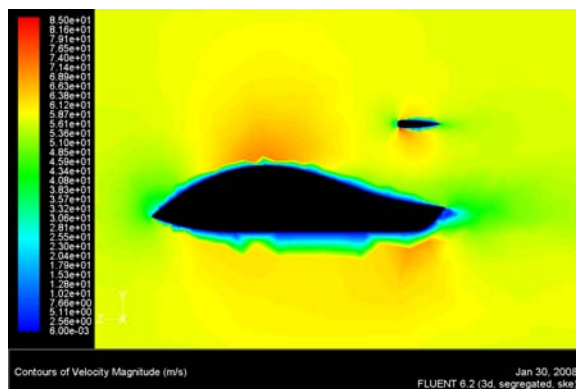
Figura 47. Contornos sin capa de prismas con un Re 500 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



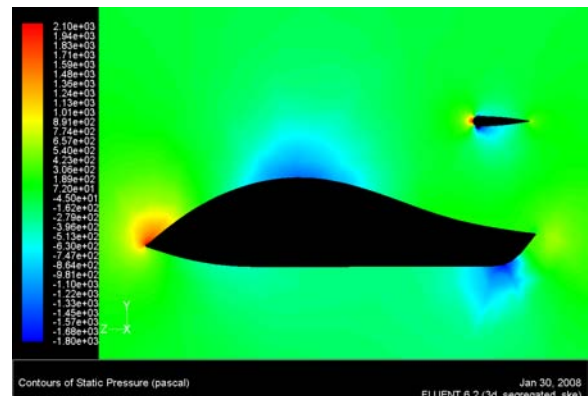
(a).



(b).



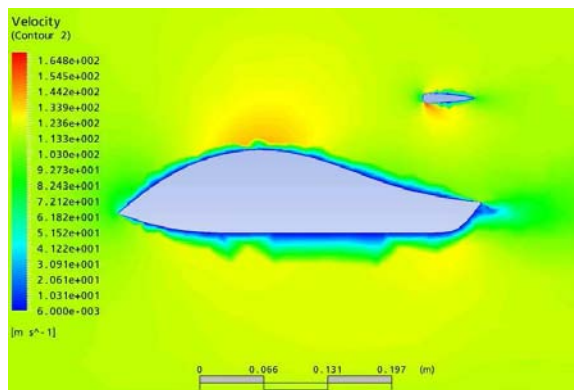
(c).



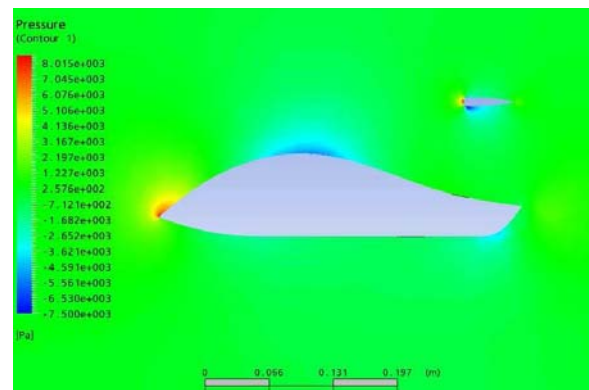
(d).

➤ Reynolds 1 000 000

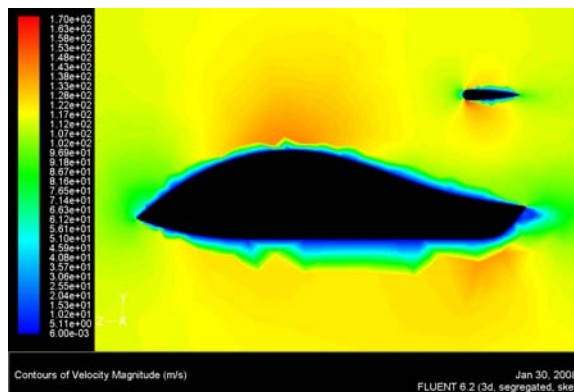
Figura 48. Contornos sin capa de prismas con un Re 1 000 000 y modelo RANS $k - \varepsilon$. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



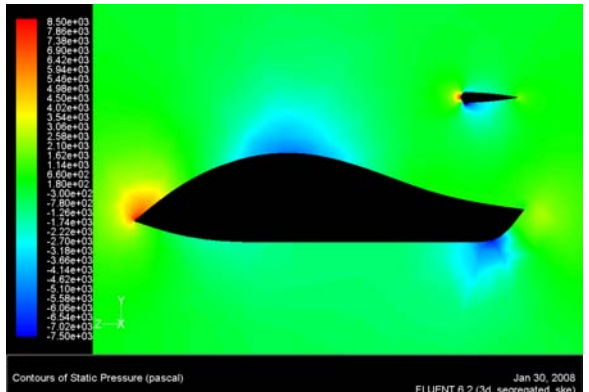
(a).



(b).

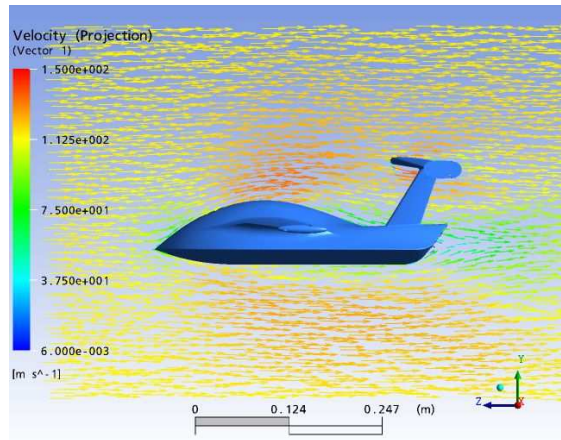


(c).

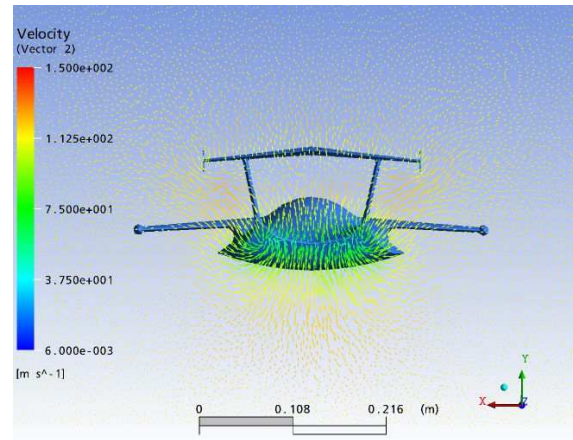


(d).

Figura 49. Vectores de velocidad. (e) en plano de simetría, (f) en un plano $z=0.1$ detrás del alerón del aerodeslizador.

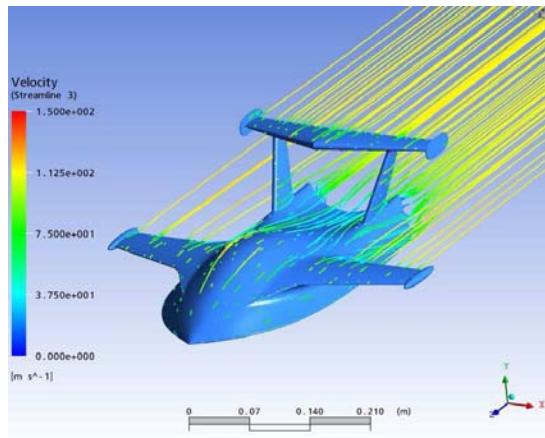


(a).

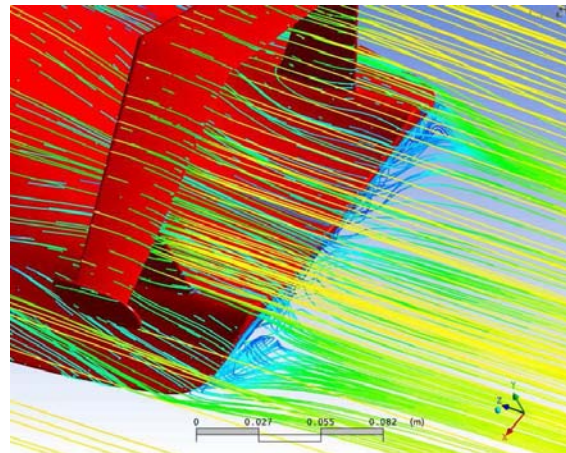


(b).

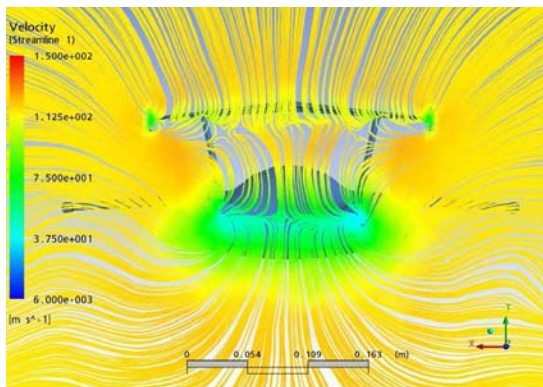
Figura 50. Líneas de corriente sobre el aerodeslizador. (a) y (b) Vistas isométricas del aerodeslizador. (c) Vista en plano justo detrás del alerón (d) Vista en un plano la parte trasera del aerodeslizador. (e) Vista en un plano detrás del las alas. (f) Vista isométrica mostrando la vorticidad formada debido al efecto finito de las alas.



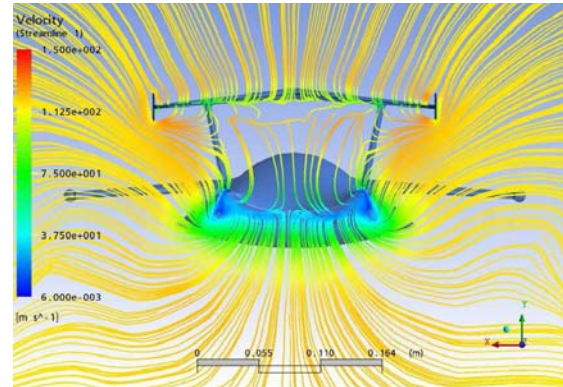
(a).



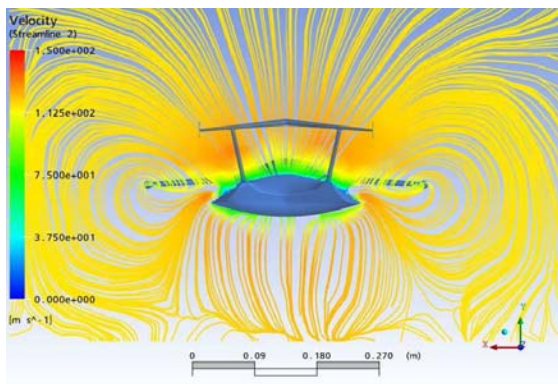
(b).



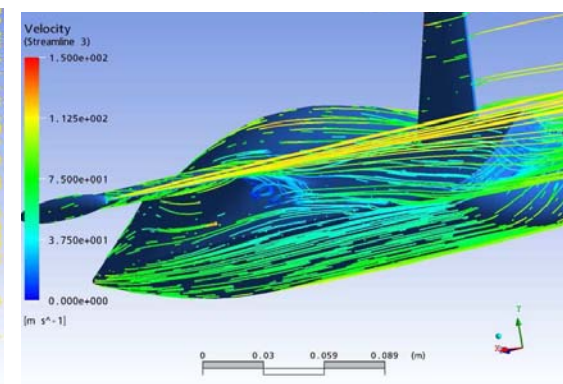
(c).



(d).

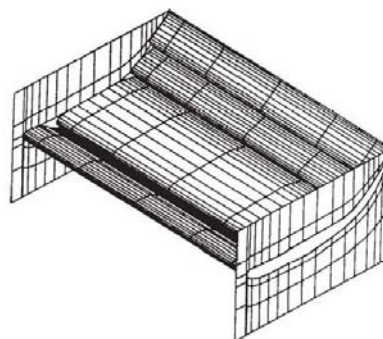


(e).



(f).

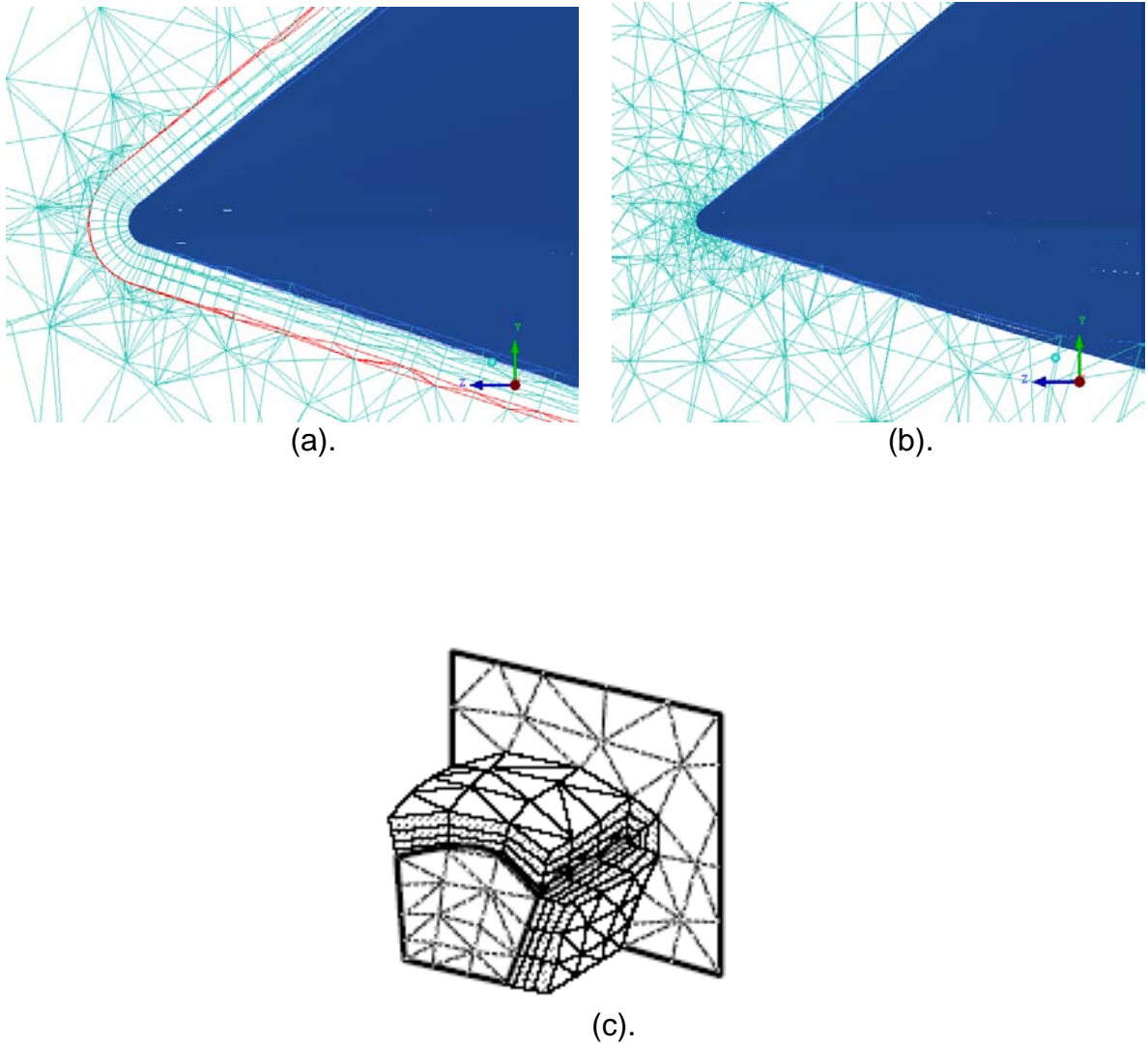
Figura 51. Placas laterales (Side fins) en un alerón de un monoplaza de carreras. El concepto también aplica para alerones de aerodeslizadores, según Katz ⁷.



Fuente: KATZ, J. Annual Review of Fluid Mechanics. En: Aerodynamics of race cars. Vol. 38, California: Jan 2006; p. 35.

⁷ KATZ, J. Annual Review of Fluid Mechanics. En: Aerodynamics of race cars. Vol. 38, (Jan. 2006); p. 35.

Figura 52. Malla no estructurada de elementos tetraédricos. (a) Malla con capa de prismas. (b) Malla sin capa de prismas. (c) Malla de elementos tetraédricos con capa de prismas recomendada por la literatura , según Garimella ⁸.



Fuente: GARIMELLA, R. V.; SHEPHARD, M. S. Proc. of the Seventh International Meshing Roundtable. En: Boundary Layer Meshing for Viscous Flows in Complex Domains. Vol. 49, Dearborn: Oct 1998; p. 3.

⁸ GARIMELLA, R. V.; SHEPHARD, M. S. Proc. of the Seventh International Meshing Roundtable. En: Boundary Layer Meshing for Viscous Flows in Complex Domains. Vol. 49, (Oct. 1998); p. 3.

Tabla 5. Coeficientes C_D y C_L para los modelos RANS-SST y RANS- $k-\varepsilon$ en el programa CFX V.10. (a) Coeficiente de sustentación y resistencia con capa de prismas, (b) Coeficiente de sustentación y resistencia sin capa de prismas.

	CFX RANS-SST (Prismas)		CFX RANS $k-\varepsilon$ (Prismas)	
Reynolds	Cl	-Cd	Cl	-Cd
100,000	-0.1094519	0.2348607	-0.0652150	0.2727570
500,000	-0.08900785	0.15700348	0.040219681	0.17085294
1,000,000	-0.1130798	0.1505858	0.020836103	0.16143811

(a).

	CFX RANS-SST (no prismas)		CFX RANS $k-\varepsilon$ (no prismas)	
Reynolds	Cl	-Cd	Cl	-Cd
100,000	0.046117555	0.17827815	0.066472376	0.19657972
500,000	0.050109419	0.14671663	0.059187516	0.17658153
1,000,000	0.0513056	0.1400933	0.055566762	0.16781672

(b).

Tabla 6. Coeficientes C_D y C_L para los modelos RANS-SST y RANS- $k-\varepsilon$ en el programa Fluent V.6.3. (a) Coeficiente de sustentación y resistencia con capa de prismas, (b) Coeficiente de sustentación y resistencia sin capa de prismas. Para el programa Fluent V. 6.3, con los modelos RANS-SST y RANS $k-\varepsilon$.

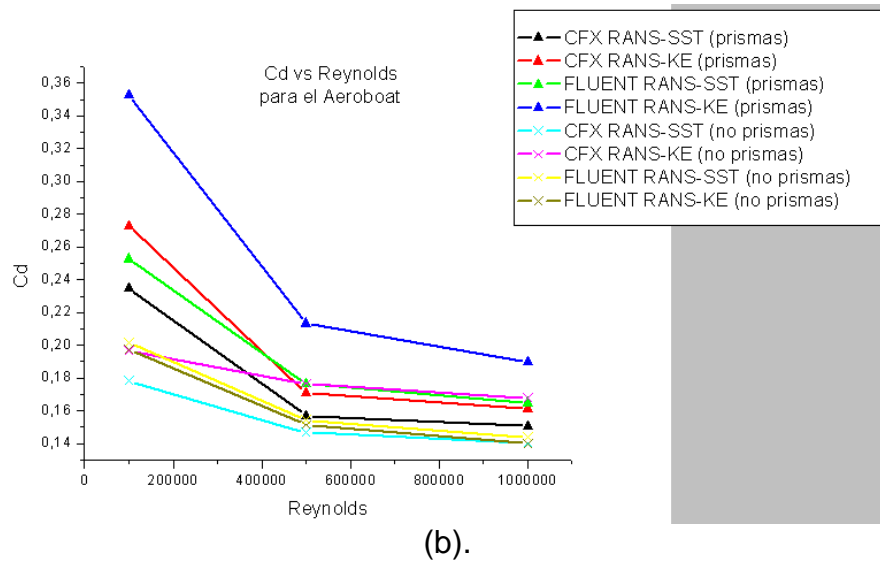
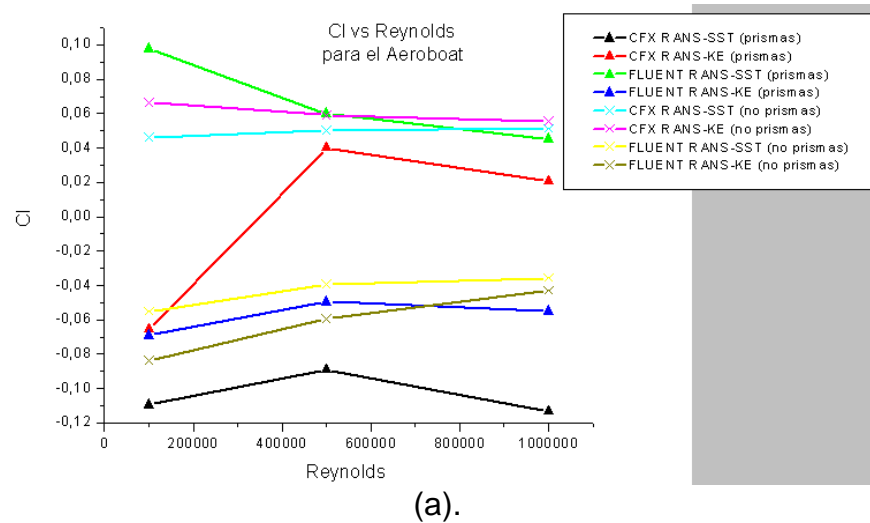
	FLUENT RANS-SST (prismas)		FLUENT RANS $k-\varepsilon$ (prismas)	
Reynolds	Cl	Cd	Cl	Cd
100,000	0.097819837	0.252760737	-0.069030311	0.3527601
500,000	0.0601147	0.1763954	-0.049517418	0.21332553
1,000,000	0.045326507	0.165033353	-0.054913248	0.19010505

(a).

	FLUENT RANS-SST (no prismas)		FLUENT RANS $k-\varepsilon$ (no prismas)	
Reynolds	Cl	Cd	Cl	Cd
100,000	-0.055085459	0.20142702	-0.083642916	0.19735587
500,000	-0.039265378	0.1544294	-0.059410337	0.15146551
1,000,000	-0.035592026	0.14396646	-0.043147259	0.13989452

(b).

Figura 53. Coeficientes C_D y C_L para los modelos de turbulencia SST y $k - \varepsilon$. (a) Coeficiente de sustentación de la tabla 4 y tabla 5. (b) Coeficiente de resistencia de la tabla 4 y tabla 5, en función del número de Re.



4.4 VISUALIZACION ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL AERODESLIZADOR (AEROBOAT)

En esta sección se muestran los resultados obtenidos para el aerodeslizador utilizando tanto una malla basada en tetraedros como una malla mixta compuesta

de tetraedros y prismas, para tres números de Reynolds (Re 100 000, 500 000, 1 000 000). Se presentan los contornos de presión y velocidad utilizando los modelos de turbulencia RANS-SST y $k - \varepsilon$ en las implementaciones de CFX y Fluent.

En las figuras 4.4-4.9 (a y c) se muestran los contornos de velocidad para la malla con capa de prismas obtenidos con ambos programas. Se observa rápidamente como en la parte superior del aerodeslizador el flujo se acelera debido a la curvatura de la geometría, la cual corresponde según la ecuación de Bernoulli a una zona de depresión o succión. En la zona cercana a las paredes se observa como la velocidad tiende a cero para satisfacer la condición de frontera de pared sin deslizamiento (Wall no-slip). En los contornos (b-d) se muestran los contornos de presión los cuales responden inversamente a los de velocidad, es decir mayor velocidad implica menor presión y viceversa, como predice la ecuación de Bernoulli. Se puede comprobar como los mapas de presión obtenidos con CFX y Fluent son cualitativamente muy similares, aunque existen algunas diferencias cuantitativas.

Las gráficas 4.10-4.15 (a y c) muestran los resultados obtenidos sin capa de prismas. Ambos programas arrojan esencialmente resultados muy similares donde, sobre la superficie del aerodeslizador, no se tiene un nivel de contornos homogéneo en el mapa de velocidades. Además, ambos modelos de turbulencia SST y $k - \varepsilon$ proporcionan resultados muy similares, tanto en CFX como en Fluent.

En la figura (4.16 a y b) se observan los vectores de velocidad en el plano de simetría del aerodeslizador y en un plano situado inmediatamente detrás. En (a) se observa como el flujo contornea casi perfectamente el aerodeslizador gracias a su diseño aerodinámico. (b) muestra las vectores de velocidad sobre un plano $z = 0.1m$ en la parte posterior del aerodeslizador exhibiendo el par de vórtices viajeros contrarrotatorios desprendidos.

En la figura 4.17 se muestran las líneas de corriente sobre el aerodeslizador. (a) y (b) son vistas isométricas del flujo alrededor del aerodeslizador observándose en (b) como en la zona justo detrás del aerodeslizador se forman vórtices debido al gradiente de presión adverso que aparece siempre que se tiene geometrías perfiladas. La figura (c) muestra las líneas de corriente en un plano justo detrás del alerón; en ella se puede observar como las placas laterales del alerón (Side fins) figura 4.17 (c) y figura 4.18, dificulta la generación de los vórtices viajeros los cuales hacen reducir la sustentación y aumentar la resistencia, según Katz ⁷. En (d) se muestra un plano justo detrás del aerodeslizador en el cual se puede apreciar la aparición de un par de vórtices laterales que se desprenden del

fuselaje del aerodeslizador. La gráfica (e) muestra el par de vórtices viajeros generados al final de la envergadura de las alas. Como se puede comprobar, la existencia de los diferentes tipos de vórtices hace que el flujo sea realmente complicado ya que éstos interactúan entre sí y con el resto de flujo haciendo difícil predecir su comportamiento. En (f) se muestra el vórtice desprendido en el empalme de las alas con el fuselaje y que se propaga aguas abajo.

Las tablas 4.1 y 4.2 muestran los valores de los coeficientes de resistencia y de sustentación de para los modelos $k-\varepsilon$, y SST para las simulaciones realizadas en cada una de la mallas en CFX y Fluent. Los coeficientes de resistencia arrojados por CFX y Fluent son parecidos, especialmente para un número de Reynolds de un millón. Por otro lado, dichos coeficientes son más altos cuando se considera la capa de prismas. Los C_D 's obtenidos con el modelo $k-\varepsilon$ para ambos programas son considerablemente mayores que los arrojado por el modelo SST.

En la figura 4.20 (a y b) se muestra la variación de los coeficientes de resistencia y sustentación en función del Re. En (a) se observa como el comportamiento del coeficiente de sustentación de CFX difiere entre los modelos SST y $k-\varepsilon$ donde se obtienen valores muy distintos para el menor Re considerado. Sin embargo, a medida que se aumenta el Re tiende a volverse constante no solo para CFX con la capa de primas y sin la capa de prismas sino también para Fluent. En (b) se puede observar que para bajos números de Re se tiene un coeficiente de resistencia considerablemente más alto que para altos Re donde tiende a un valor constante. Ello es debido a que conforme el Re aumenta las fuerzas inerciales dominan sobre las viscosas y el coeficiente de resistencia tiende a estabilizarse del mismo modo que sucede con objetos más simples como esferas o cilindros.

4.5 CONCLUSIONES

Se han realizado las simulaciones con los modelos de turbulencia SST y $k-\varepsilon$ alrededor de un aerodeslizador con los programas comerciales CFX y Fluent. Colocar una capa de prismas es necesario para la resolución de la capa límite, ya que debido a la geometría perfilada del objeto, las variaciones en el coeficiente de resistencia van a ser debidas fundamentalmente a la evolución de ésta. Por otro lado, la presencia de alas, alerón y borde de fuga afilado plano implica la generación de varios vórtices viajeros que interactúan entre sí y con el flujo libre por lo que la topología del flujo es bastante complicada.

Debido a la forma aerodinámica de la geometría el coeficiente de resistencia es bastante bajo, alrededor de 0.15 en todos los casos simulados, aunque su valor exacto depende tanto del número de Reynolds (C_D decrece al aumentar el Re) como de la topología de la malla, con capa de prismas o sin ella. Por otro lado, diferentes modelos para las simulaciones predicen fuerzas de sustentación positivas y negativas, aunque pequeñas. Sin embargo, es difícil decir cual es el cálculo más preciso pues aunque el campo de flujo es cualitativamente correcto considerando la capa de prismas, presenta un comportamiento menos uniforme de los coeficientes de sustentación que en el resto de las simulaciones sin prismas.

5. FLUJO ALREDEDOR DE UN AUTOMOVIL.

Cuando se habla de automóviles y sobre todo de coches sport uno de los aspectos fundamentales de su diseño es el aerodinámico.

La aerodinámica de un automóvil es de suma importancia ya que afecta tanto a la estabilidad como al consumo.

La aerodinámica aplicada a los automóviles ha recorrido un largo camino los últimos cuarenta años. Durante la década de los años 60 se comenzaron a estudiar los efectos del viento sobre un coche encontrándose que mejoras en el diseño aerodinámico, dándole a la carrocería una forma perfilada, se podían traducir en un aumento en la velocidad máxima alcanzable por el vehículo.

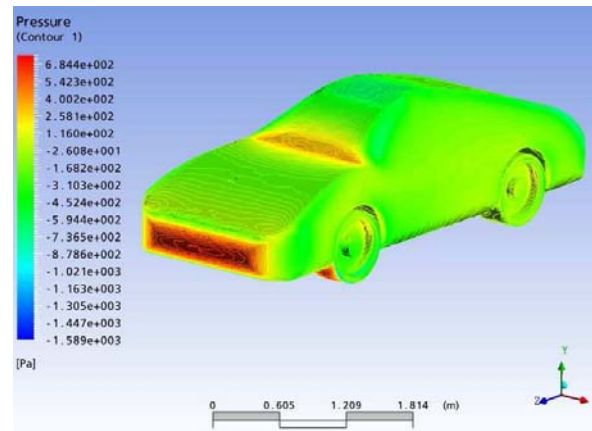
El flujo alrededor de una geometría aerodinámica como un automóvil tiene a seguir la forma del objeto. Cuando un objeto de geometría irregular (automóvil) (figura 5.3) se mueve inmerso en un flujo la velocidad a medida que el fluido se mueve sobre el objeto varía generando una diferencia de presiones responsables de las fuerzas de sustentación y de resistencia sobre el cuerpo. A medida que la velocidad del flujo aumenta aparece lo que se conoce como separación del flujo.

El trabajo en este capítulo se centra en la aplicación la simulación numérica para analizar el comportamiento del flujo alrededor de un automóvil. Se aplicará un modelo de turbulencia SST con distintos números de Reynolds (1 000 000, 2 000 000 y 3 000 000) con el fin de analizar el comportamiento del automóvil en distintas condiciones. Un claro ejemplo del contorno de presión sobre la superficie de un automóvil para un número de Re 3 000 000 se muestra en la figura 5.1

En la primera parte se realizará la simulación con el modelo de turbulencia SST y considerando fijo el suelo donde esta situado el automóvil. Las simulaciones se realizarán con los programas Ansys CFX y Fluent para comparar los contornos de presión y velocidad, además de los coeficientes de sustentación y resistencia en función del número de Reynolds.

En la segunda parte se realizarán las simulaciones sobre el automóvil con el mismo modelo de turbulencia pero con la condición de suelo móvil, con la misma velocidad del flujo incidente sobre el automóvil.

Figura 54. Contorno de presión para un numero de Re 3 000 000



5.1 NUMERO DE REYNOLDS:

El número de Reynolds para cuerpos perfilados se escribe de la siguiente forma:

$$Re = \frac{u \cdot L_c}{\nu} \quad (5.1)$$

Donde u , es la velocidad promedio del flujo, L_c es la longitud característica del automóvil, definida como la raíz cuadrada de la proyección del área frontal sobre la dirección del flujo, y ν es la viscosidad cinemática del fluido, según McBeath⁴.

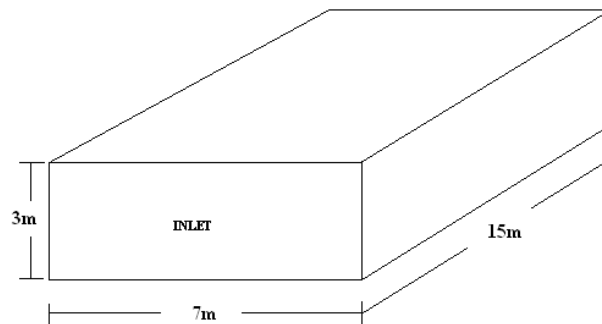
5.2 SIMULACIÓN DEL FLUJO ALREDEDOR DE UN AUTOMOVIL

En este trabajo se utiliza el modelo de turbulencia Shear Stress Transport (SST) el cual ha sido seleccionado para evaluar su aplicabilidad y nivel de exactitud en la descripción del flujo alrededor de un automóvil a distintos números de Re. Las simulaciones se realizarán con los programas CFX y Fluent para comparar los

contornos de presión y velocidad alrededor del vehículo y los coeficientes sustentación y resistencia frente a número de Reynolds.

5.2.1 Dominio Computacional. El dominio computacional consiste en una caja con automóvil montado sobre la superficie inferior. La altura de la caja es 3 m, el doble de la altura del automóvil, la separación entre las paredes laterales es de 7 m y la longitud de las paredes laterales es de 15 m (figura 5.2). Estas medidas han sido seleccionadas para que el flujo alrededor del coche se desarrolle lo suficiente dentro del dominio computacional.

Figura 55. Dominio computacional.



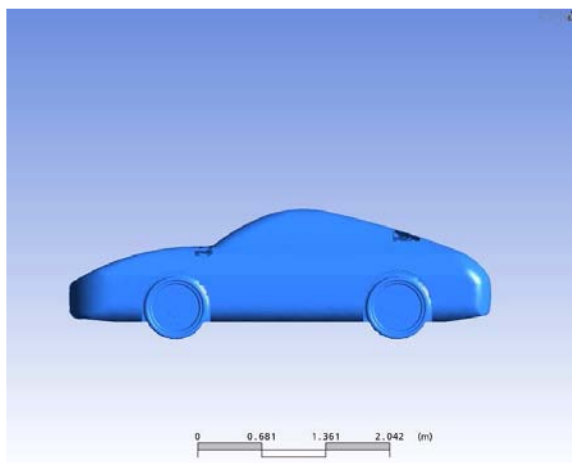
5.2.2 Condiciones de frontera. A la entrada del dominio computacional se coloca una condición de entrada de flujo uniforme (inflow). La condición de frontera de las paredes laterales y la parte superior de la caja es una entrada de flujo ya que se suponen situadas en la región de flujo libre, la condición de frontera de la superficie del automóvil es una pared sin deslizamiento (Wall-No slip). La condición del suelo es una pared con o sin deslizamiento según el caso. La salida de la caja es una condición de salida de flujo (opening) donde se fija el valor de la presión de 0 Pa como referencia.

5.2.3 Enmallado. Para la simulación se generará una malla no estructurada con tetraedros con unos 900.000 elementos. Para la elaboración de esta malla se debe refinar sobre la superficie del automóvil para lograr resolver suficientemente la geometría. En este caso, por falta de tiempo debido a que este flujo se abordó en la recta final de este trabajo, no se alcanzó a colocar una capa de prismas como en el aerodeslizador.

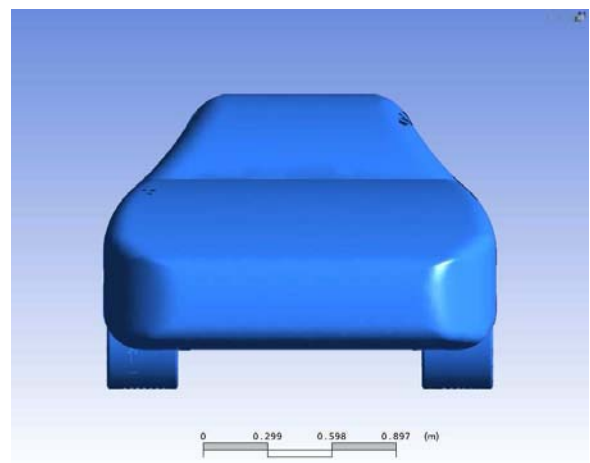
5.2.4 Discretización. Para la discretización de las ecuaciones de la sección (2.1.1.1) y (2.2) CFX utiliza un esquema de advección de factor de mezcla (blend factor) con un valor de 1, lo cual garantiza que la discretización de las ecuaciones es de segundo orden de exactitud. El esquema de discretización de las ecuaciones para Fluent es de segundo orden Upwind.

5.2.5 Geometría Automóvil

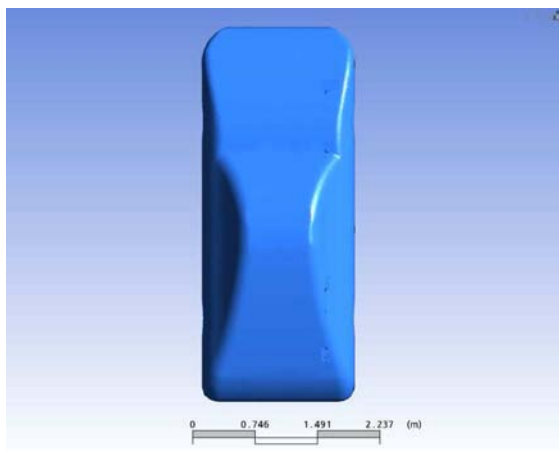
Figura 56. Geometría del automóvil. (a) Vista de perfil. (b) Vista alzada. (c) Vista en planta. (d) Vista isométrica.



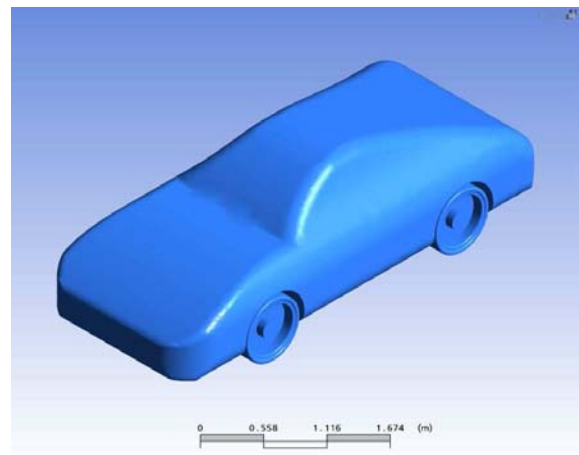
(a).



(b).



(c).



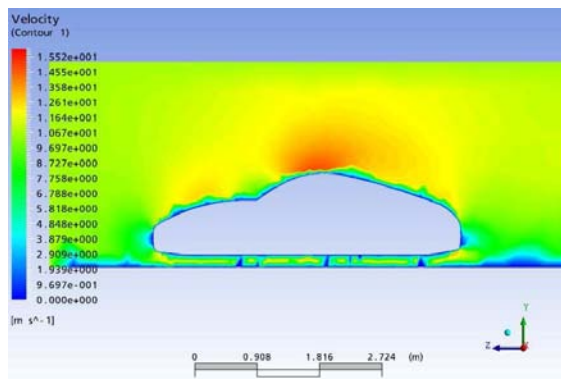
(d).

5.3 RESULTADOS DE LA SIMULACION

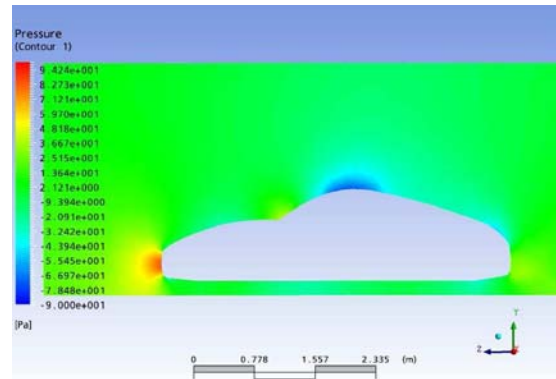
5.3.1 Condición suelo fijo.

✓ Reynolds 1 000 000

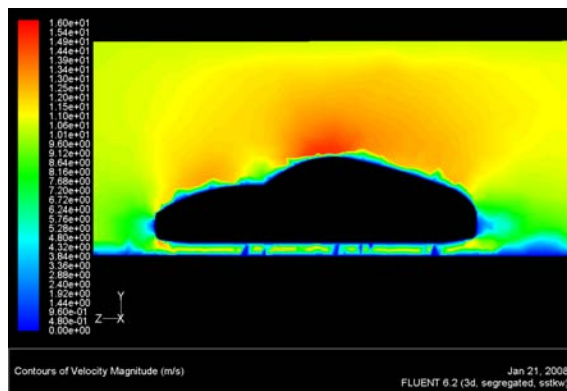
Figura 57. Contornos con un número de Re 1 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



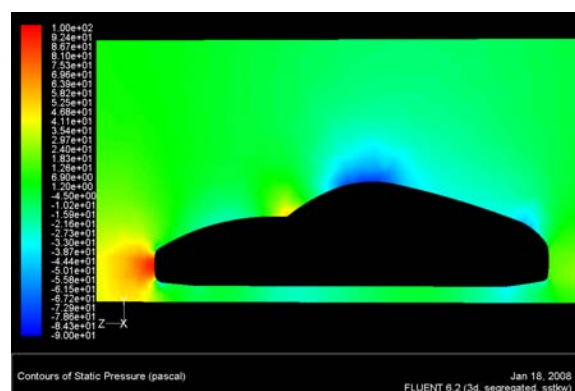
(a).



(b).



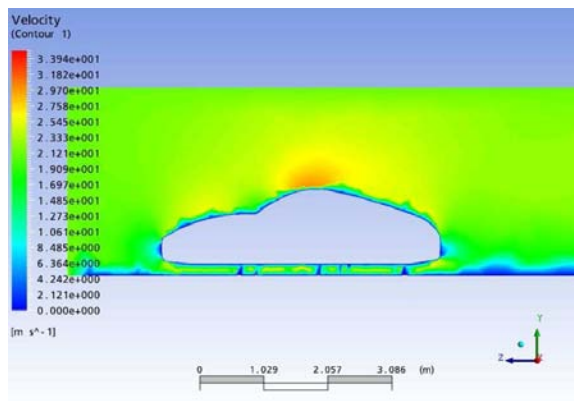
(c).



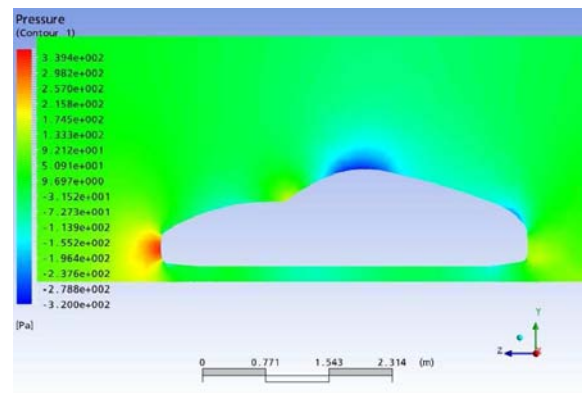
(d).

✓ Reynolds 2 000 000

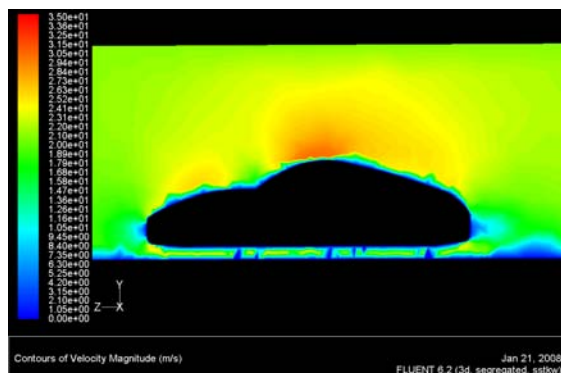
Figura 58. Contornos con un número Re 2 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



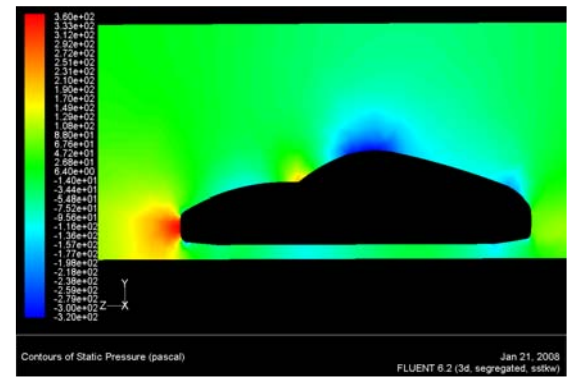
(a).



(b).



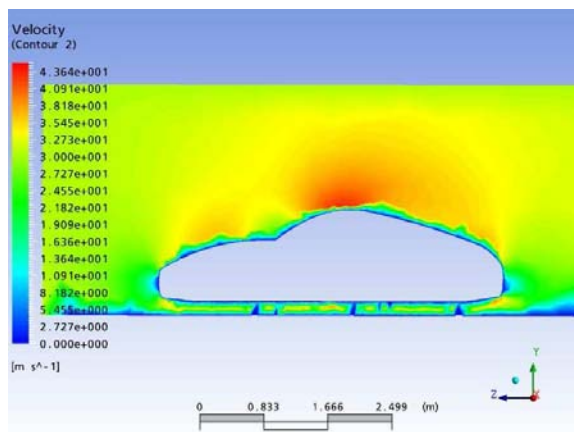
(c).



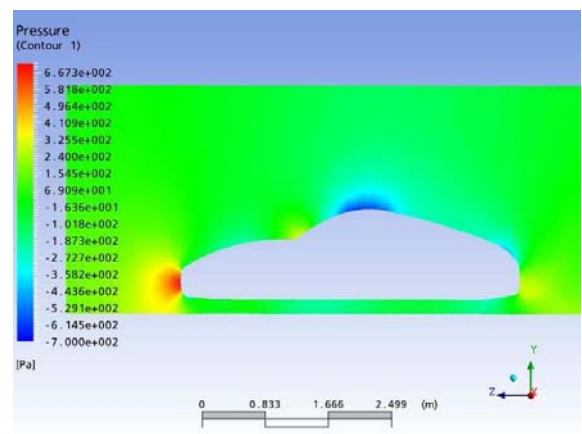
(d).

✓ Reynolds 3 000 000

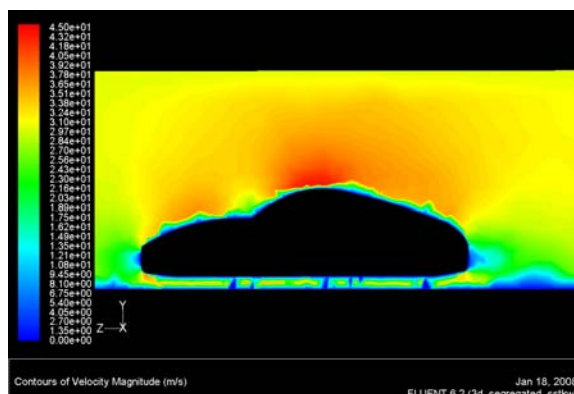
Figura 59. Contornos con un número Re 3 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



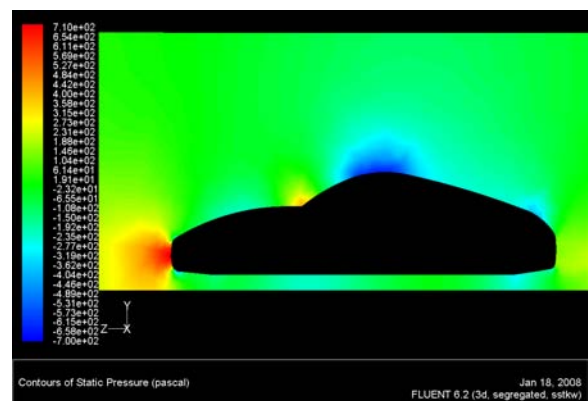
(a).



(b).



(c).

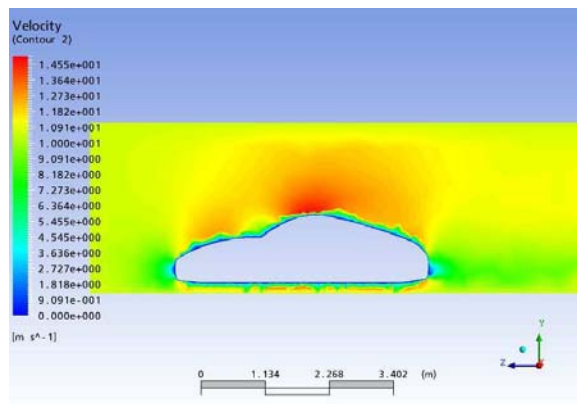


(d).

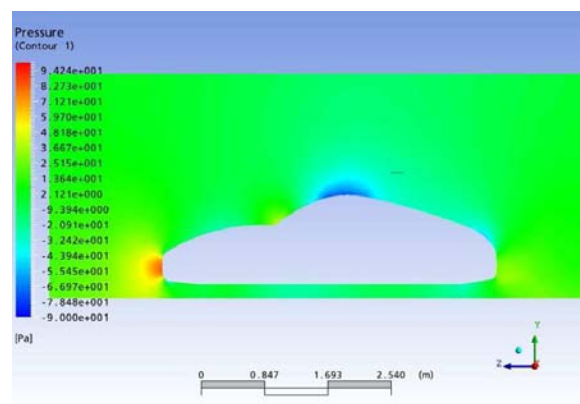
5.3.2 Condición Suelo móvil.

✓ Reynolds 1 000 000

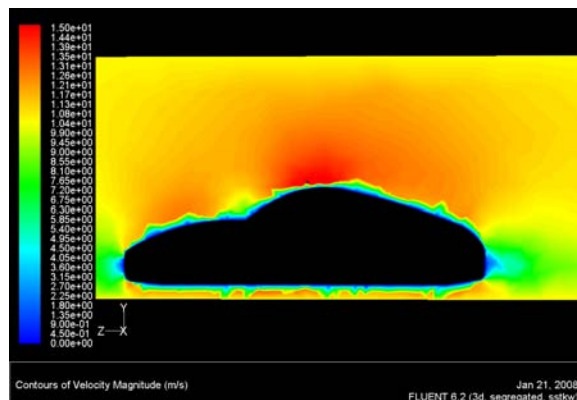
Figura 60. Contornos con un número Re 1 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



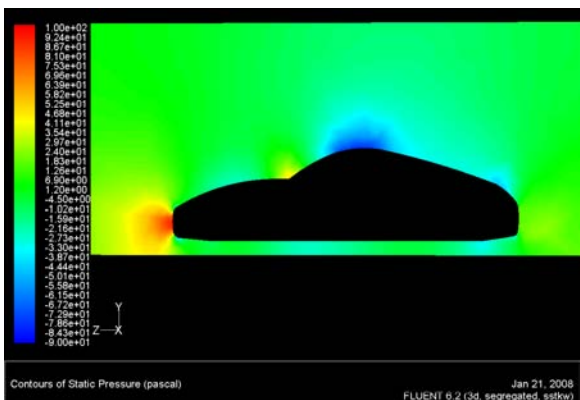
(a).



(b).



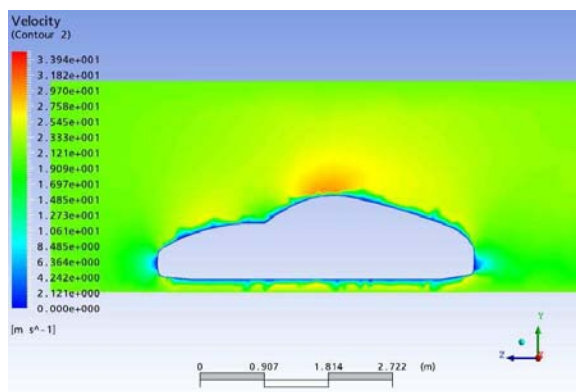
(c).



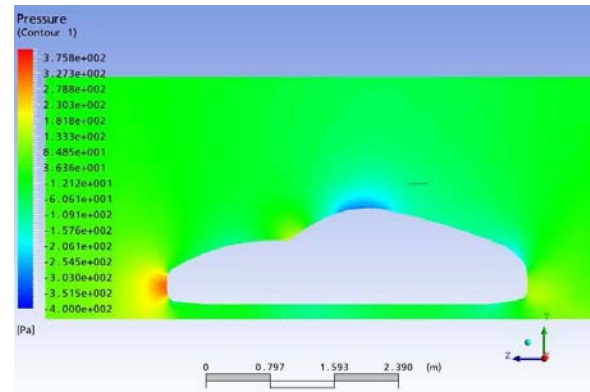
(d).

✓ Reynolds 2 000 000

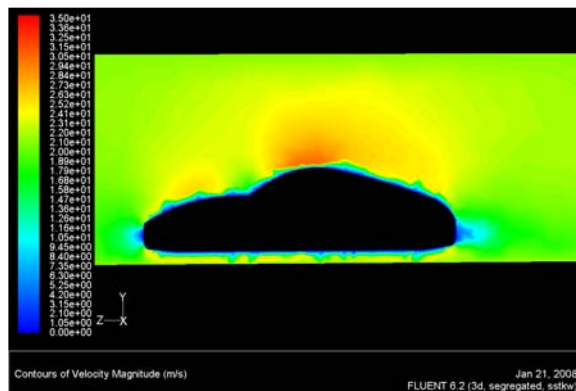
Figura 61. Contornos con un número Re 2 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



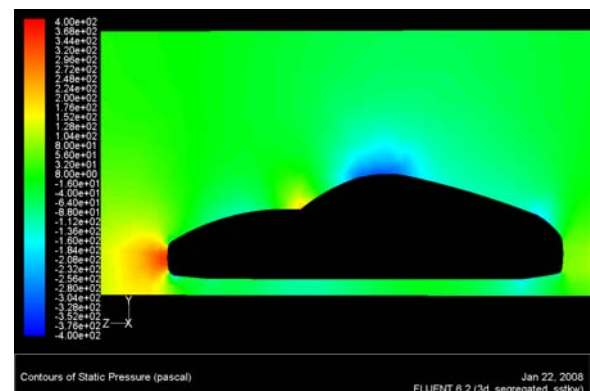
(a).



(b).



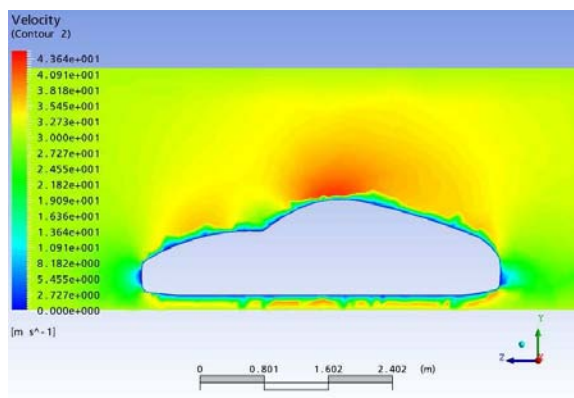
(c).



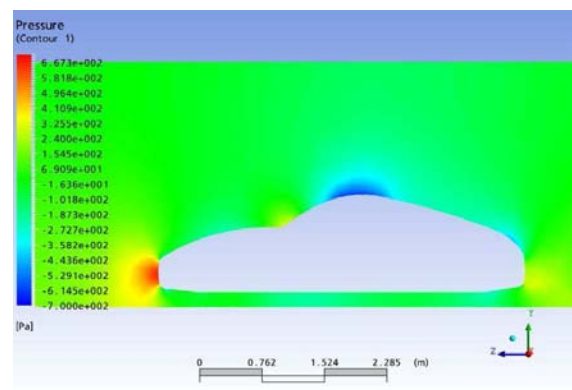
(d).

✓ Reynolds 3 000 000

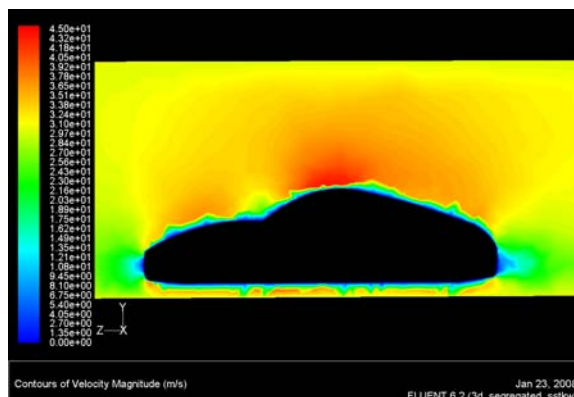
Figura 62. Contornos con un número Re 3 000 000. (a) y (c) Contornos de velocidad, (b) y (d) Contornos de presión, en planos de simetría, programas Ansys CFX y Fluent respectivamente.



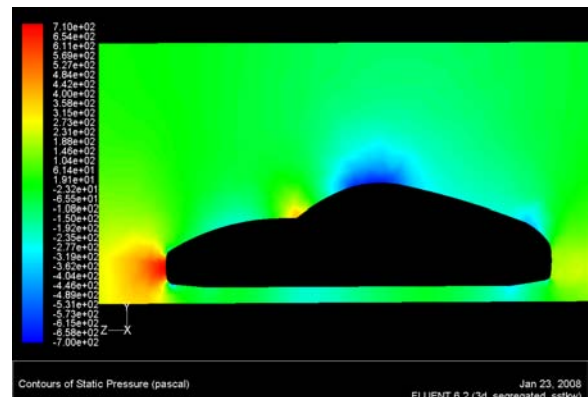
(a).



(b).

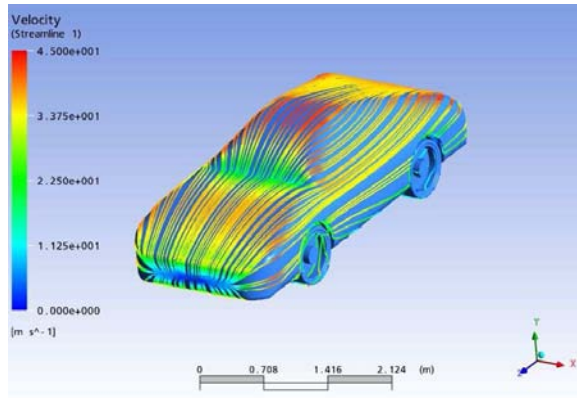


(c).

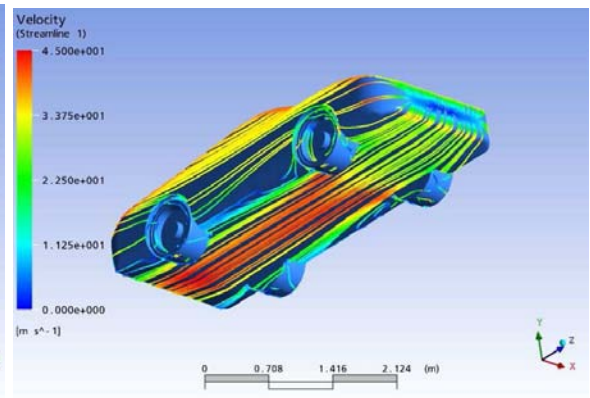


(d).

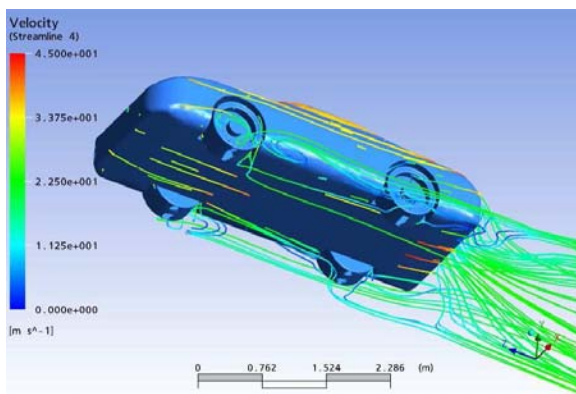
Figura 63. Líneas de corriente sobre el automóvil. (a) y (b) Sobre la superficie del automóvil. (c) y (d) En tres dimensiones. (e) en un plano justo detrás del automóvil $z = 0.1\text{m}$.



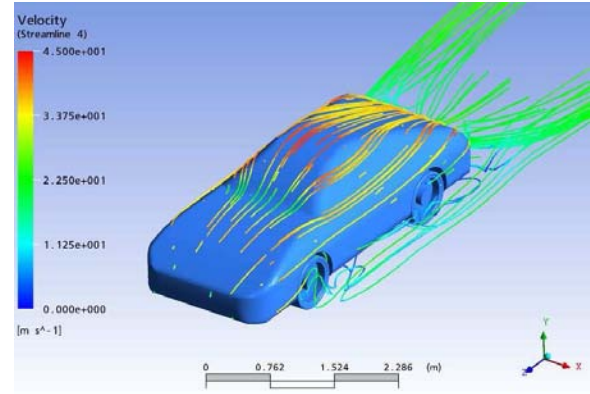
(a).



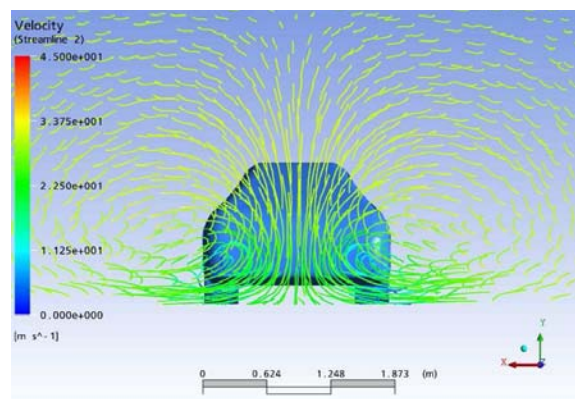
(b).



(c).



(d).



(e).

Figura 64. Vectores de velocidad. (e) Vectores de velocidad, en plano de simetría, (f) Vectores de velocidad en plano $z=0.1$ detrás del alerón del aerodeslizador.

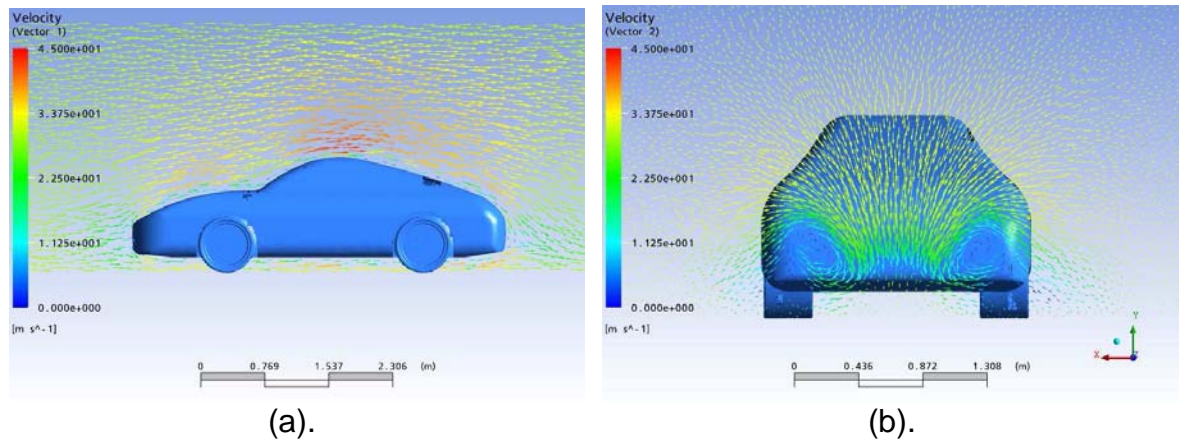


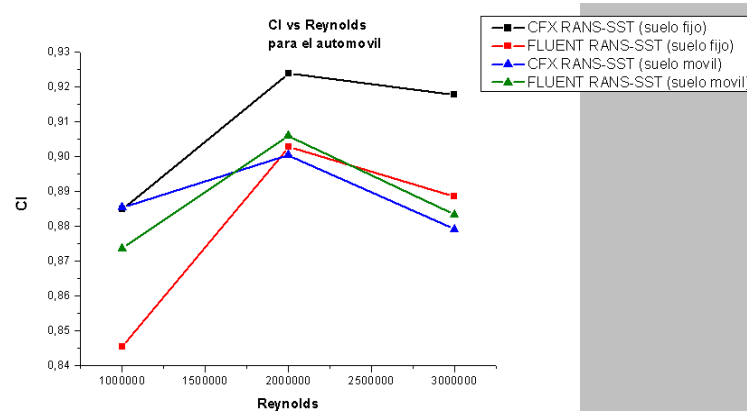
Tabla 7. Coeficiente de sustentación y resistencia con la condición de suelo móvil. Para el programa Ansys CFX V.10, con el modelo RANS-SST.

	CFX RANS SST (Suelo Fijo)		CFX RANS- SST (suelo móvil)	
Reynolds	Cl	-Cd	Cl	-Cd
1,000,000	0.8848645	0.5601954	0.885432155	0.549767071
2,000,000	0.923830542	0.53691828	0.900515934	0.522442111
3,000,000	0.917833295	0.52794379	0.879285678	0.5132622

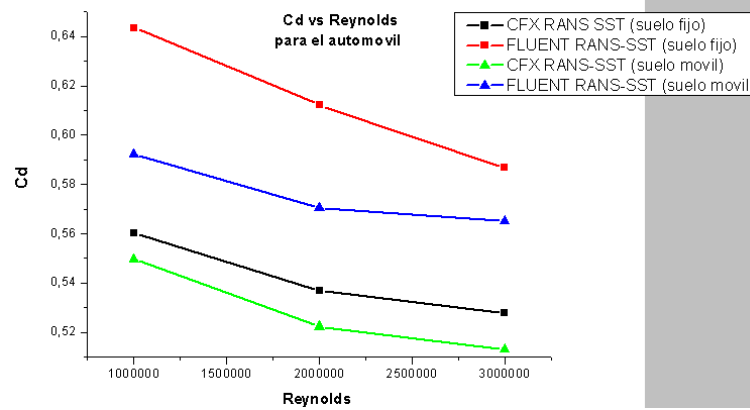
Tabla 8. Coeficiente de sustentación y resistencia con la condición de suelo móvil. Para el programa Fluent V. 6.3, con el modelo RANS-SST.

	FLUENT RANS- SST (Suelo fijo)		FLUENT RANS- SST (suelo móvil)	
Reynolds	Cl	-Cd	Cl	-Cd
1,000,000	0.8455321	0.64359248	0.8736200	0.59239000
2,000,000	0.90289271	0.61220464	0.90601987	0.57056374
3,000,000	0.88860938	0.5868264	0.8834276	0.56529794

Figura 65. Coeficiente C_d y C_l para el modelo de turbulencia SST. (a) Coeficiente de sustentación de la tabla 6 y tabla 7. (b) Coeficiente de sustentación de la tabla 6 y tabla 7.

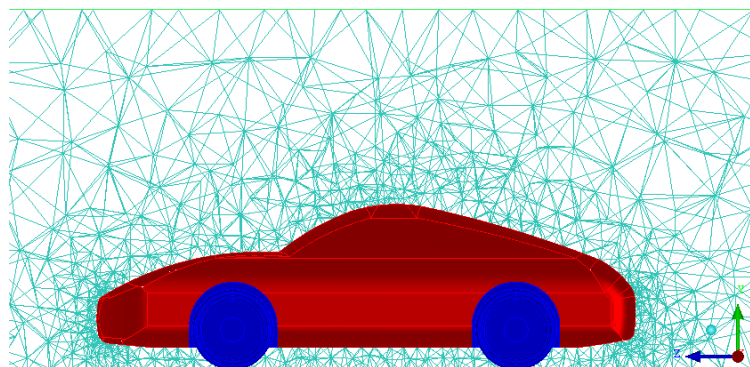


(a).



(b).

Figura 66. Malla no estructurada de elementos tetraédricos.



5.4 VISUALIZACION ESTRUCTURAS ALREDEDOR DEL AUTOMOVIL

En esta sección se discuten los resultados para un tipo de malla no estructurada con los números de Reynolds (Re 1 000 000, 2 000 000, 3 000 000). Se presentan las graficas de contornos de presión y velocidad para el modelo de turbulencia RANS-SST en los dos códigos comerciales, CFX y Fluent. Además se muestran los coeficientes de sustentación y resistencia en función del número de Reynolds en dos condiciones de flujo: suelo fijo y suelo moviéndose a la velocidad del flujo, lo cual implica un desarrollo diferente de la capa límite en la zona inferior del automóvil.

Las figuras 5.4-5.9 (a y c) muestran los contornos de velocidad obtenidos con los programas Ansys CFX y Fluent para una condición de suelo fijo. En los contornos a y c se visualiza como en la parte inferior del automóvil el flujo se acelera debido a una reducción de la sección por donde circula haciendo que se tenga una región similar a un tubo de Venturi, Según White ³, lo cual genera una caída de presión y aumento de velocidad en esa zona. En las zonas cercanas a las paredes se puede observar como la velocidad es muy cercana a cero para satisfacer la condición de no deslizamiento. En la zona debajo del coche cerca de la parte trasera se puede observar que el flujo se recupera; la curvatura de la sección que tiene el automóvil en la zona inferior origina una zona de depresión en esa área creando una sustentación negativa sobre el automóvil en la parte trasera, según Katz ⁷. En los contornos b y d se muestran los gráficos de presión sobre la sección del automóvil donde, de forma similar a como ocurre en un perfil aerodinámico, en la parte superior de la carrocería se crea una zona de depresión, debido a la aceleración del flujo para seguir el contorno, lo cual genera una sustentación positiva sobre el automóvil. En la parte frontal del automóvil se observa la máxima presión debido al punto de remanso del flujo en esa zona.

Los contornos de la figuras 5.4-5.6 (a y c) muestran los resultados de la velocidad para suelo fijo. Se puede comprobar como en las regiones cercanas al suelo se crea una capa de velocidad cercana a cero para satisfacer la condición de no deslizamiento; sin embargo, debido a la ausencia de la capa de prismas (la cual no se pudo implementar por falta de tiempo y lo complicado de la geometría), la capa límite no está bien resuelta mostrando fluctuaciones de velocidad artificiales entre la parte inferior de la carrocería y el suelo. Cabe hacer notar en este punto que la condición de suelo fijo no es la más cercana a la realidad por lo que se implementó la condición de suelo móvil, a la misma velocidad que el flujo. En estas condiciones los contornos de velocidad en la parte inferior del carro mejoran un poco aunque es evidente todavía la necesidad de considerar la capa de prismas para capturar la evolución de la capa límite en la parte inferior del automóvil.

En la figura 5.10 (a-e) se puede apreciar las líneas de corriente sobre el automóvil. (a) y (b) presentan las líneas de corriente proyectadas sobre la superficie del automóvil. (c) y (d) muestran las líneas de corriente en 3D comenzando desde la carrocería. Se puede observar como el obstáculo de las llantas promueve la aparición de vórtices que interactúan con el flujo en la parte inferior del automóvil y también con el flujo libre. En (e) las líneas de corriente permiten observar claramente el par de vórtices viajeros (*trailing vortices*) que se generan en la parte trasera del automóvil debido al tamaño finito del objeto.

En la figura 5.11 (a) se muestran los vectores de velocidad en un plano de simetría observándose como el flujo contornea bien el automóvil, debido a la suavidad de la geometría. En parte (b) de la misma figura se pueden apreciar los vectores de velocidad sobre un plano $z = 0.1$ m detrás del automóvil los cuales muestran claramente los vórtices viajeros, mencionados en el párrafo anterior, los cuales se transportan aguas abajo.

En las tablas 5.1 y 5.2 se muestran los valores de los coeficientes de resistencia y de sustentación, en función del número de Reynolds, para el modelo SST realizadas con una malla no estructurada de tetraedros, con condiciones de suelo fijo y suelo móvil. Se puede observar que los coeficientes de resistencia son mayores considerando el suelo fijo debido a la fricción extra en el suelo; por otro lado, éstos son mayores en Fluent que en CFX. Sin embargo, los coeficientes de sustentación son muy parecidos en suelo fijo y móvil; además éste es ligeramente más grande en CFX que en Fluent. En la figura 5.12 (a y b) se representan los valores de los coeficientes de sustentación y resistencia de la tabla 5.1 y 5.2 en función del Re . En todos los casos se encuentra la misma tendencia de variación de éstos coeficientes con el Re . En (a) se observa como el coeficiente de sustentación aumenta hasta cierto valor de Re (alrededor de dos millones) y vuelve a decrecer, lo cual es debido a la intensificación de los vórtices viajeros. En (b) se puede observar que el coeficiente de resistencia disminuye a medida que el Re aumenta ya que para números de Reynolds altos las fuerzas inerciales predominan sobre las viscosas con lo cual la resistencia de fricción tiende a disminuir.

5.5 CONCLUSIONES

Se han llevado a cabo las simulaciones del flujo alrededor de un automóvil bajo las condiciones de suelo fijo y móvil, con el modelo de turbulencia RANS-SST sobre una malla no estructurada de tetraedros utilizando los softwares comerciales CFX y Fluent.

En ambas condiciones, suelo fijo y móvil, los dos programas proporcionan resultados cualitativos parecidos para el mapa de velocidades y presiones. Para los tres números de Reynolds estudiados (uno, dos y tres millones) el flujo se encuentra muy adherido al carro, lo cual resulta favorecido por la suavidad de la geometría, y no presenta una zona de recirculación en la parte trasera a excepción de los dos vórtices viajeros desprendidos en las esquinas inferiores de la parte trasera de la carrocería debidos a su tamaño finito.

En cuanto al comportamiento de los coeficientes de resistencia y sustentación, los primeros son mayores en suelo fijo que en suelo móvil, debido a la fricción extra en el suelo, y además son mayores en Fluent que en CFX. Sin embargo, los coeficientes de sustentación son muy parecidos en suelo fijo y móvil; además éste es ligeramente más grande en CFX que en Fluent. En todas las simulaciones se encuentra la misma tendencia de variación de éstos coeficientes con el Re . El coeficiente de sustentación aumenta hasta cierto valor de Re (alrededor de dos millones) y vuelve a decrecer, lo cual es debido a la intensificación de los vórtices viajeros. El coeficiente de resistencia disminuye a medida que el Re aumenta ya que para números de Reynolds altos las fuerzas inerciales predominan sobre las viscosas con lo cual la resistencia de fricción tiende a disminuir.

Como comentario cabe decir que los coeficientes de resistencia obtenidos, entre 0.51 y 0.58, son un poco altos comparados con valores de automóviles estándar, los cuales se sitúan alrededor de 0.35 – 0.4.

Para obtener mejores resultados se debe resolver la capa límite para lo cual se necesita colocar una capa de prismas sobre la superficie del automóvil y refinar ostensiblemente la malla utilizada. Estas condiciones ayudarían a obtener mejores resultados sobre todo en el coeficiente de resistencia ya que éste se ve afectado directamente por los esfuerzos viscosos en la capa límite. La primera de estas condiciones no se simuló por falta de tiempo ya que el flujo alrededor del automóvil se abordó en la etapa final de este trabajo, mientras que para la segunda se necesitaría un computador con mayor capacidad de cálculo que el disponible actualmente.

6. CONCLUSIONES GENERALES

Este trabajo ha abordado la simulación del flujo turbulento alrededor de objetos inmersos en un fluido. Se han considerado geometrías aerodinámicas o perfiladas, como el caso del aerodeslizador y, en menor medida, el automóvil, y cuerpos romos o “*bluff bodies*” como un cubo montado sobre el suelo. La simulación, en estado estacionario, ha considerado diferentes modelos de turbulencia de dos ecuaciones basadas en RANS y se ha llevado a cabo utilizando los paquetes comerciales CFX y Fluent.

En general se puede decir que las simulaciones reproducen satisfactoriamente las características cualitativas de las estructuras del flujo, especialmente en el caso de la caja, donde los patrones de flujo son bastante complicados. Sin embargo, existen discrepancias cuantitativas entre los diferentes modelos de turbulencia en cada uno de los flujos considerados.

Adicionalmente, las implementaciones particulares de un determinado modelo de turbulencia y los esquemas de discretización de las ecuaciones en cada paquete, CFX o Fluent, hace que también existan diferencias cuantitativas en los resultados obtenidos con cada uno de ellos.

Las conclusiones específicas sobre las simulaciones realizadas en cada configuración de flujo se han expuesto al final de los capítulos correspondientes por lo que no se repiten aquí.

En el futuro cercano se prevé repetir las simulaciones sobre el automóvil con mallas más refinadas que incluyan una capa de prismas con el objeto de describir con mayor exactitud el comportamiento de la capa límite sobre su superficie.

Como último comentario, es opinión del autor que los resultados obtenidos con Fluent son relativamente más confiables que los obtenidos con CFX.

BIBLIOGRAFÍA

EASON, G. Improved Turbulence Models for Computational Wind Engineering. Nottingham, 2000. 220 p. Ph.D. Thesis. University of Nottingham. School of Civil Engineering.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. Computational Methods for Fluid Dynamics. 3 ed. Berlin: Springer, 2002. 423 p.

GARIMELLA, R. V.; SHEPHARD, M. S. Proc. of the Seventh International Meshing Roundtable. En: Boundary Layer Meshing for Viscous Flows in Complex Domains. Vol. 49, (Oct. 1998); p. 107-118.

KATZ, J. Annual Review of Fluid Mechanics. En: Aerodynamics of race cars. Vol. 38, (Jan. 2006); p. 27-63.

MENTER, F. R.; KUNTZ, M. Ansys CFX Validation Report: Development and application of zonal Des turbulence model for CFX-5. CFX-Val 17/0404. 1 Archivo de programa.

McBEATH, S. Aerodinámica del automóvil de competición. España: Ceac, 2005. 246 p.

LIAW, K. F. Simulation of Flow around Bluff bodies and Bridge Deck Section using CFD. Nottingham, 2005. 251 p. Ph.D. Thesis. University of Nottingham. School of Civil Engineering.

OCHOA, J. S.; FUEYO, N. Phoenix User Conference. En: Large Eddy Simulation of the flow past around a square cylinder. (May. 2004).

SHAH, K. B.; FERZIGER, J. H. A Fluid Mechanics view of wind engineering. En: Large Eddy Simulation of Flow past a cubic obstacle. Journal of wind Engineering and Industrial Aerodynamics. Vol. 67 & 68, (April-June 1997); p. 211-224.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An Introduction to computational Fluid Dynamics The finite Volume method. England: Longman, 1995. 257 p.

WHITE, F. H., Mecánica de Fluidos, 5 ed. Boston: McGraw Hill, 2004. 866 p.

WILCOX, D. C., Turbulence Modeling for CFD. 2 ed. California: D C W Industries, 2002. 536 p.